This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

University of Wisconsin
Library
CLASS SVH
BOOK .H39

J. HENROTTE

chef des travaux graphiques d'architecture industrielle et de construction des machines

à l'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

Turbines Hydrauliques, Pompes et Ventilateurs Centrifuges.

Principes Théoriques,
Dispositions Pratiques
et Calcul des Dimensions.

S1979

LIÉGE
IMPRIMERIE LIÉGEOISE
Rue des Clarisses, 48
1900

62163
MAR 7 1902
SVH
.H39

.6505308

NOTATIONS & UNITÉS

H Dénivellation existant entre deux points.

u_1 Vitesse en l'un des points où l'on mesure H.

u_2 Vitesse au second point où l'on mesure H.

Q Débit.

v Vitesse absolue quelconque.

w Vitesse d'entrainement quelconque.

p Pression quelconque.

δ Poids du mètre cube d'un fluide.

J_δ Perte de charge engendrée par le mouvement d'un débit Q sur une longueur L.

X Pression motrice ou retardatrice causée par des mécanismes.

dY Pression normale à un élément de surface, causée ou absorbée par des mécanismes.

C Perte de charge engendrée par le mouvement d'un mètre cube sur une longueur L.

c Perte de charge engendrée par le mouvement d'un mètre cube sur une longueur d'un mètre.

j Perte de charge engendrée par le mouvement du débit Q sur une longueur d'un mètre.

D Diamètre.

A Périmètre mouillé.

S Section.

h_m Hauteur manométrique mesurée entre l'ouïe et la sortie d'un ventilateur.

h'_m Hauteur manométrique mesurée entre l'ouïe d'un ventilateur et l'atmosphère.

N_t Puissance théorique.

N_e Puissance effective.

n Nombre de tours par minute.

ω Vitesse angulaire.

R Rayon maximum d'un aubage mobile.

r Rayon minimum d'un aubage mobile.

Δ Epaisseur d'une aube.

t Pas d'un aubage.

z Nombre d'aubes.

Ψ Angle mesurant l'inclinaison d'une oblique située dans un plan parallèle à l'axe de rotation.

φ Angle mesurant l'inclinaison d'une oblique située dans un plan normal à l'axe de rotation.

h Fraction de la hauteur H.

a Dimension d'un orifice parallèlement à l'axe de rotation.

k Dimension d'un orifice mesurée suivant le rayon.

b Dimension d'un orifice, dans un plan normal à l'axe, et perpendiculairement au rayon.

p_a Pression atmosphérique

v_a Vitesse absolue au sortir du distributeur ou à l'entrée dans l'aubage mobile.

V_a Vitesse absolue au sortir de l'aubage mobile.

v_r Vitesse relative à l'entrée dans l'aubage mobile.

V_r Vitesse relative au sortir de l'aubage mobile.

λ Coefficient exprimant des pertes de charge partielles.

ε Coefficient exprimant la fraction de charge restant disponible, après déduction des pertes de charge.

m Rendement théorique.

m_e Rendement effectif.

o Rendement organique.

q Rendement volumétrique.

$\frac{1}{s}$ Coefficient de remplissage.

Unités adoptées, sauf indication contraire.

Longueurs	**le mètre.**
Poids et efforts	**le kilog.**
Temps	**la seconde.**
Vitesses	**mètres par seconde.**
Pressions	**kilogs par mètre carré.**
Puissances	**chevaux-vapeur.**

TABLE DES MATIÈRES

1re PARTIE. — Principes théoriques.

PAGES

§ 1. — Mouvement d'un fluide incompressible dans un canal immobile. Théorème de Bernouilli 5

§ 2. — Application du théorème de Bernouilli. Mouvement continu et mouvement discontinu. Tubes de continuité ou diffuseurs 9

§ 3. — Mouvement d'un fluide incompressible dans un canal animé d'un mouvement de révolution uniforme 11

§ 4. — Principes généraux relatifs au rendement des turbines et des pompes 15

2e PARTIE. — Dispositions pratiques.

§ 1. — Classification des turbines d'après la direction du mouvement de l'eau dans les aubes. Dispositions favorables au rendement 22

§ 2. — Classification des turbines d'après la situation de la couronne mobile relativement au niveau d'aval. Dispositions favorables au rendement 24

§ 3. — Classification des turbines d'après le degré d'injection Variations de ce degré . . . 25

§ 4. — Choix et description de turbines-types à bon rendement. 26

A. Turbine parallèle, à arbre vertical, spécialement adaptée aux chutes moyennes et aux grands débits 26

B. Turbine mixte, du type américain, à arbre vertical, spécialement adaptée aux chutes moyenneset aux grands débits 28

C. Turbine mixte jumelle, du type américain, à arbre horizontal, accouplée à l'arbre d'une dynamo, et spécialement adaptée aux très fortes chutes et faibles débits 31

§ 5. — Classification des pompes centrifuges 31

§ 6. — Description d'une pompe centrifuge mixte, à enveloppe spiraloïde 32

§ 7. — Classification des ventilateurs à force centrifuge 33

3e PARTIE. — Calcul des dimensions.

§ 1. — Calcul des dimensions à donner aux canalisations d'eau. Mesure de la résistance opposée aux courants d'air 34

§ 2. — Calcul des dimensions à donner à la turbine A. — Exposé général. — Exemple de calcul 41

§ 3. — Calcul des dimensions à donner à la turbine B. — Exposé général. — Exemple de calcul 49

§ 4. — Calcul des dimensions à donner à la turbine C. — Exposé général. — Exemple de calcul 56

§ 5. — Calcul des dimensions à donner à une pompe centrifuge mixte. — Exposé général. — Exemple de calcul 62

§ 6. — Calcul des dimensions à donner à un ventilateur centrifuge mixte. Exemples de calcul 69

PREMIÈRE PARTIE

PRINCIPES THÉORIQUES

§ 1. — Mouvement d'un fluide incompressible à l'intérieur d'un canal immobile.

1. Recherche de l'équation caractérisant le mouvement. (Fig. 1.) — Soit EFGH une portion du canal immobile à l'intérieur duquel s'effectue le mouvement, et soit IMNK la ligne moyenne de ce canal, dont toutes les sections varient progressivement d'un point à l'autre de la ligne moyenne, sans à-coups ni discontinuité d'aucune sorte.

Détachons dans la masse de fluide en mouvement une tranche d'épaisseur infiniment petite MN $= ds$. Les deux sections AD et CB qui limitent cette tranche pourront être considérées comme ayant la même surface S, puisque, par hypothèse, il n'existe en aucun point du canal de variation brusque dans les sections.

La tranche ainsi détachée est soumise à différentes forces extérieures dont la projection sur la direction MN détermine l'accélération de la masse de cette tranche suivant la même direction.

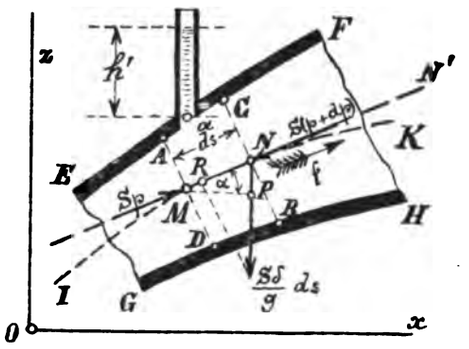


Fig. 1.

Les forces extérieures en cause sont les suivantes :

1° La pression Sp sur la face AD, p désignant la pression par unité de surface à l'intérieur du fluide, au point M;

2° La pression S$(p + dp)$ sur la face CB;

3°, Le poids de la tranche, à savoir $S\delta ds$, δ étant le poids de l'unité de volume du fluide. Le poids δ est constant en tous les points du parcours du fluide, puisque, par hypothèse, le fluide est incompressible ;

4°, La résistance au frottement qu'une longueur ds du canal oppose au mouvement du fluide. Si le mouvement a lieu dans le sens de la flèche f, cette résistance peut être assimilée à un accroissement de pression de même nature que dp. Appelons dJ cet accroissement, alors SdJ exprimera la résistance créée par les frottements sur le parcours ds ;

5°, L'action des forces extérieures motrices ou retardatrices. On peut imaginer, en effet, que le fluide soit aidé dans son mouvement par le travail d'une machine motrice, ou bien, inversement, on peut prévoir le cas où le fluide, en se mouvant dans un canal immobile, aurait, par un jeu de mécanismes appropriés, à effectuer un travail quelconque. Ces deux cas peuvent être prévus si l'on désigne par dX une force analogue à dp, donnant lieu sur toute la section S à une force $+ SdX$, s'il existe un travail à transmettre à l'extérieur de la canalisation, et à une force $- SdX$, lorsque l'eau du canal est aidée dans son mouvement élémentaire.

Projetons ces diverses forces sur la direction MN, en donnant le signe + aux forces dirigées dans le sens de la flèche. La somme algébrique de ces projections sera :

$$\Sigma F = Sp - S(p + dp) - SdJ - S\delta ds \sin \alpha \mp SdX$$

Ou bien, en observant que $ds = dz \sin \alpha$, dz étant l'accroissement de la hauteur z du point M au-dessus du niveau OX ; on aura :

$$\Sigma F = - S[dp + dJ \pm dX + \delta dz] \qquad (1)$$

Cherchons maintenant quelle est la valeur de l'accélération de la masse EFGH, projetée sur la direction MN.

L'expérience a démontré (pour l'air et pour l'eau) que la vitesse aux différents points d'une section AD n'est pas la même ; par conséquent, l'accélération varie aussi en chaque point de cette section. Mais on n'a pu établir aucune loi simple qui permît d'exprimer cette variation, et à défaut de connaissances précises à ce sujet, on accepte toujours, dans les problèmes d'hydraulique et d'aérodynamique, que la vitesse est la même en tous les points d'une section, et qu'elle est définie par la relation $Q = Sv$, Q étant le débit.

La vitesse v ainsi définie s'appelle vitesse moyenne. En acceptant cette valeur moyenne uniforme, on est évidemment exposé à commettre une erreur sur l'estimation des quantités de mouvement des masses fluides, mais pratiquement, cette erreur est compensée par l'introduction du terme dJ, qui permet de corriger globalement toutes les imperfections de la théorie.

Ces réserves faites, l'accélération de la masse EFGH sera exprimée par $\frac{dv}{dt}$ et l'on aura :

$$-S[dp + dJ \pm dX + \delta dz] = \frac{S\delta}{g} ds \frac{dv}{dt}$$

ou bien :

$$\frac{dp}{\delta} + \frac{dJ}{\delta} \pm \frac{dX}{\delta} + dz + \frac{vdv}{g} = o \qquad (2)$$

En intégrant l'équation (2), on trouve :

$$(A) \qquad \frac{p}{\delta} + \frac{J}{\delta} \pm \frac{X}{\delta} + z + \frac{v^2}{2g} = \text{constante.}$$

Telle est, sous sa forme la plus générale, l'équation caractéristique du mouvement d'un fluide incompressible à l'intérieur d'un canal immobile.

D'après les définitions qui ont été données des termes dJ et dX au cours de la démonstration précédente, il ressort que :

1°, Le terme $\frac{J}{\delta}$ représente l'influence des résistances opposées au mouvement du fluide, du fait des frottements, sur tout le parcours du canal, depuis l'origine jusqu'au point considéré, ce terme ayant à être déterminé expérimentalement ;

2°, Le terme $\frac{X}{\delta}$ doit être affecté du signe $+$, lorsqu'il existe des forces extérieures dont la résultante s'oppose au mouvement et il doit être affecté du signe *moins* en cas d'existence d'une force motrice venant en aide au courant. Quant à la valeur du terme $\frac{X}{\delta}$, elle aurait à être calculée d'après les circonstances du mécanisme appliqué au fluide depuis l'origine du canal jusqu'au point considéré, en tenant compte de ce que le terme X joue, par définition, exactement le rôle d'une pression p.

Lorsque le terme $\pm \frac{X}{\delta}$ est exclu de l'équation (A), celle-ci devient :

$$\frac{p}{\delta} + \frac{J}{\delta} + z + \frac{v^2}{2g} = \text{constante} \qquad (3)$$

Cette dernière équation est connue sous le nom d'équation de Daniel Bernouilli. Nous appellerons aussi équation de Bernouilli l'équation plus générale (A).

2. Énoncé de l'équation caractéristique. — Cette équation peut s'énoncer comme suit :

Tout point de la ligne moyenne d'un fluide en mouvement dans un canal immobile est caractérisé par l'existence de cinq hauteurs dont la somme est constante.

Ces cinq hauteurs sont les suivantes :

1°, La hauteur piézométrique $\frac{p}{\delta}$;

2°, La perte de charge $\frac{J}{\delta}$ due aux frottements, mesurée à partir de l'origine de la canalisation.

3°, La perte ou le gain de charge $\frac{X}{\delta}$, due à l'action de mécanismes mus par le fluide ou aidant celui-ci dans son mouvement;

4°, La cote de nivellement, mesurée au-dessus d'un plan horizontal quelconque;

5°, La hauteur $\frac{v^2}{2g}$, génératrice de la vitesse.

3. Signification du terme « hauteur piézométrique ». — Il n'est pas sans intérêt de montrer quelle est la signification du terme $\frac{p}{\delta}$, auquel nous avons attribué la dénomination de hauteur piézométrique dans l'énumération qui précède.

Imaginons que l'on place, en un point a où la pression est p (fig. 1), un tube dans lequel le fluide en mouvement puisse s'élever à une hauteur h'. Si l'on suppose que le canal est plongé dans le vide, cette hauteur h' sera telle que le poids de la colonne h' fasse équilibre à la pression du fluide en mouvement, pour autant, bien entendu, que la force vive du fluide n'exerce par son choc aucune action sur la colonne.

On aura donc :

$$h'\delta = p \quad \text{ou} \quad h' = \frac{p}{\delta}. \qquad (4)$$

L'équation (4) définit par conséquent le terme $\frac{p}{\delta}$.

4. Signification des termes « perte ou gain de charge ». — Les termes $\frac{J}{\delta}$ et $\frac{X}{\delta}$ ont reçu le nom de pertes de charge en raison des circonstances suivantes :

Appliquons l'équation caractéristique à une longueur de canal L, dont l'origine est caractérisée par l'indice 1, tandis que l'extrémité est caractérisée par l'indice 2; il viendra :

$$\frac{p_1}{\delta} + \frac{J_1}{\delta} \pm \frac{X_1}{\delta} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\delta} + \frac{J_2}{\delta} \pm \frac{X_2}{\delta} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}. \qquad (5)$$

D'où :

$$v_2 = \sqrt{2g\left[\frac{v_1^2}{2g} + \left(\frac{p_1}{\delta} - \frac{p_2}{\delta}\right) + \left(\frac{J_1}{\delta} - \frac{J_2}{\delta}\right) \pm \left(\frac{X_1}{\delta} - \frac{X_2}{\delta}\right) + z_1 - z_2\right.}. \qquad (6)$$

Si le fluide est de l'eau, et que la dénivellation $z_1 - z_2$ soit positive, c'est-à-dire, si le mouvement s'opère dans le sens d'une chute de niveau, on désigne cette chute sous le nom de charge d'eau.

Par analogie, on appelle perte ou gain de charge, les termes

$$\left(\frac{J_1}{\delta} - \frac{J_2}{\delta}\right) \text{ et } \left(\frac{X_1}{\delta} - \frac{X_2}{\delta}\right)$$

selon qu'ils ont pour conséquence de diminuer ou d'augmenter la charge $z_1 - z_2$.

5. Signification du terme « hauteur génératrice de la vitesse ». — Supposons que, dans l'équation (6), on ait :

$$\begin{aligned} v_1 &= 0 \\ \frac{p_1}{\delta} - \frac{p_2}{\delta} &= 0 \\ \frac{J_1}{\delta} - \frac{J_2}{\delta} &= 0 \qquad (7) \\ \frac{X_1}{\delta} - \frac{X_2}{\delta} &= 0. \end{aligned}$$

Alors, il vient :

$$z_1 - z_2 = \frac{v_2^2}{2g}. \qquad (8)$$

De l'équation (8), il résulte que, dans le cas particulier exprimé par les équations (7), le terme $\frac{v_2^2}{2g}$ se réduit à une différence de niveau $z_1 - z_2$; par analogie, tout terme de la forme $\frac{v^2}{2g}$ s'appelle hauteur génératrice de la vitesse v.

§ 2. — Application du théorème de Bernouilli. Mouvement continu et mouvement discontinu. Tubes de continuité ou diffusoirs.

L'une des applications la plus fréquente du théorème de Bernouilli consiste dans l'étude de la chute de l'eau, sur une hauteur H, par l'action de la pesanteur seule.

Or, cette chute peut s'effectuer de deux manières (voir fig. 2 et fig. 3). Ou bien, on abandonnera la veine à elle-même, à partir d'une hauteur h', comme l'indique la fig. 2, ou bien l'eau sera continuellement conduite par un tuyau depuis le canal d'amont, où la vitesse est u_1, jusqu'au canal d'aval où la vitesse est u_2, comme l'indique la fig. 3.

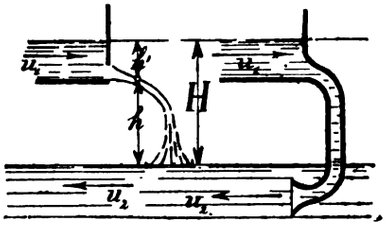


Fig. 2. Fig. 3.

Dans ce dernier cas, la veine sera conduite

ou *forcée* pendant tout son parcours, tandis que, dans le premier cas, la veine est conduite sur une hauteur h', et elle devient *libre* sur une hauteur h.

Or, l'expérience a prouvé que, lorsqu'on réalise les conditions de la fig. 2, la vitesse de l'eau au sortir du canal d'amont est, à très peu près, celle qui résulte de l'équation de Bernouilli, où l'on suppose que la pression à l'intérieur de la veine est égale à la pression atmosphérique, dès que cette veine est entourée de toute part de l'air atmosphérique.

Dans les conditions de la fig. 2, l'équation (A) devient donc :

$$\frac{p_a}{1000} + \frac{u_1^2}{2g} + h' = \frac{p_a}{1000} + \frac{v_a^2}{2g}$$

d'où :

$$v_a = \sqrt{u_1^2 + 2g\,h'} \qquad (3)$$

Cette formule montre que la vitesse au sortir du réservoir d'amont n'est pas influencée par la hauteur h que la veine doit encore parcourir avant d'arriver au niveau inférieur.

Il en résulte que le mouvement de l'eau suivant la hauteur h n'est pas soumis aux lois du mouvement continu des fluides. En réalité, pendant la chute libre h, la pression de la veine ne cesse d'être constante et égale à la pression atmosphérique, et son mouvement est celui de petites masses indépendantes les unes des autres, qui sortiraient régulièrement du canal supérieur avec une vitesse v_a.

Le mouvement d'une veine *libre* est donc un mouvement discontinu, ce terme étant entendu en ce sens que les vitesses de la veine, à partir du moment où elle devient libre, sont sans influence sur la vitesse qu'elle possède dans la partie du mouvement où la veine est forcée.

Au surplus, l'équation fondamentale (A) peut donner la vitesse acquise v, après libre déviation sur la hauteur h : Il suffit d'y faire p = constante, $J = o$, et $X = o$; il viendra :

$$h + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \qquad (10)$$

Au contraire, lorsque les conditions de la fig. 3 sont réalisées, le mouvement ne cesse d'être continu, et on peut appliquer directement l'équation de Bernouilli, qui devient :

$$\frac{p_a}{1000} + \frac{u_1^2}{2g} + H = \frac{p_a}{1000} + \frac{u_2^2}{2g}$$

D'où :

$$u_2 = \sqrt{u_1^2 + 2g\,H} \qquad (11)$$

Nous désignons sous le nom de tubes de continuité, les tubes, analogues à ceux de la fig. 3, qui ont pour objet d'assurer la continuité du mouvement entre deux niveaux déterminés. Ces tubes portent aussi le nom de diffusoirs, car ils ont pour effet d'amener l'eau à se diffuser en quelque sorte dans le canal d'aval, au lieu d'y pénétrer avec choc et rejaillissement comme on le voit dans la fig. 2.

§ 3. — Mouvement d'un fluide incompressible dans un canal animé d'un mouvement de révolution uniforme.

1. Équation caractéristique du mouvement. — Lorsque le mouvement d'un fluide à travers un canal en rotation s'effectue de manière à ce que la continuité existe, ce mouvement a pour équation celle que nous avons établie au § 1er, à savoir :

$$\text{(A)} \qquad \frac{p}{\delta} + \frac{J}{\delta} + \frac{X}{\delta} + z + \frac{v^2}{g} = \text{constante.}$$

Le problème consiste donc à rechercher la valeur du terme $\frac{X}{\delta}$. (Voir fig. 4.)

Admettons que tous les éléments de la veine en mouvement dans le canal en rotation possèdent la même trajectoire et que cette trajectoire coïncide avec la ligne moyenne du canal. Supposons, en outre, que cette ligne moyenne soit une courbe gauche quelconque, dont un élément soit représenté en perspective par la ligne MN $= ds$.

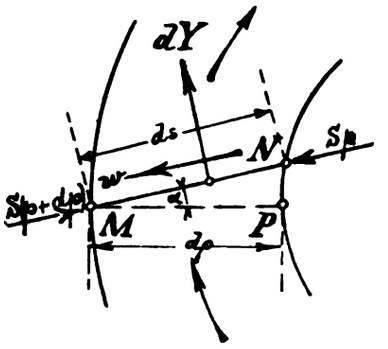


Fig. 4.

Soit ω la vitesse angulaire de rotation du canal. Il est clair que l'action motrice du canal sur le fluide, ou réciproquement, la résistance opposée par le canal, si le fluide est moteur, se traduit sur chaque élément ds par une réaction dY dirigée suivant la normale principale à la ligne moyenne.

Considérons un élément infiniment petit de fluide, constitué par un prisme droit ayant pour hauteur ds et pour section S ; le poids de ce prisme sera $S\delta ds$ et sa masse $\frac{S\delta ds}{g}$. Imaginons que ce prisme soit découpé et détaché de la masse générale du fluide dont il fait partie; il continuera cependant à se trouver dans les mêmes conditions de sollicitation, si on applique aux deux sections S les forces Sp et $S(p + dp)$ dirigés suivant l'élément ds.

Désignons par i la projection sur l'élément ds de l'accélération totale du prisme supposé concentré au point M. Si l'on projette sur l'élément ds, toutes les forces

extérieures qui agissent sur ce prisme, on aura, en observant que la projection de dY est nulle, puisque cette force est normale à ds :

$$-S[dp + dJ + \delta dz] = \frac{S\delta}{g} ds \times i. \qquad (12)$$

Cette équation suppose que le mouvement s'effectue de manière à éloigner le prisme du centre de rotation.

Reste maintenant à déterminer i. Recherchons à cet effet les composantes de l'accélération totale conformément au théorème de Coriolis.

Ce théorème enseigne que l'accélération totale au point M est la composante de trois accélérations, à savoir :

1°, L'accélération du mouvement d'entraînement, laquelle, en désignant par ϱ la grandeur de OM, est égale à $-\omega^2\varrho$, puisque cette accélération est dirigée vers le centre ;

2°, L'accélération du mouvement relatif, c'est-à-dire $\frac{dw}{dt}$, w désignant la vitesse relative dirigée suivant MN ;

3°, Une accélération complémentaire dirigée normalement à la direction MN.

La projection i de l'accélération totale sur MN $= ds$, sera égale à la somme algébrique des projections, sur la même direction, des trois accélérations qui viennent d'être énumérées. On aura donc, en observant que la projection de l'accélération complémentaire est nulle, puisque cette accélération est normale à ds, et en désignant par α l'angle de MN avec OM.

$$i = -\omega^2\varrho \cos\alpha + \frac{dw}{dt}.$$

Par conséquent, l'équation (12) devient :

$$-S[dp + dJ + \delta dz] = -\frac{S\delta}{g}\omega^2\varrho\, ds \cos\alpha + \frac{S\delta}{g}\frac{dw}{dt} ds \qquad (13)$$

ou bien, en observant que :

$$d\varrho = ds \cos\alpha$$

$$\text{et} \qquad w = \frac{ds}{dt}.$$

On trouve :

$$\frac{dp}{\delta} + \frac{dJ}{\delta} + dz - \frac{\omega^2\varrho}{g} d\varrho + \frac{w\,dw}{g} = 0. \qquad (14)$$

En intégrant l'équation (14), il vient :

$$\frac{p}{\delta} + \frac{J}{\delta} + z - \frac{\omega^2 \varrho^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} = \text{constante} \qquad \text{(B)}$$

Telle est l'équation fondamentale du mouvement d'un fluide circulant à l'intérieur d'un canal animé d'une vitesse angulaire constante ω.

Si l'on compare les équations (A) et. (B), on en déduit :

$$\text{(C)} \qquad \frac{X}{\delta} = -\frac{\omega^2 \varrho^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} + \text{constante.}$$

Lorsque X est positif, il exprime une pression s'opposant au mouvement, et, réciproquement, lorsque X est négatif, il exprime une pression motrice.

2. Quantité de travail produite ou absorbée par les mécanismes en révolution. — Recherchons la quantité de travail que le mécanisme absorbe, ou qu'il incorpore au fluide, pendant que ce dernier se déplace du rayon R_1 au rayon R_2.

A cet effet, caractérisons par l'indice 1 les grandeurs correspondantes au rayon R_1, et par l'indice 2 les grandeurs relatives au rayon R_2.

En appliquant deux fois l'équation (C), on aura :

$$\frac{X_1}{\delta} = -\frac{\omega^2 R_1^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \text{constante}$$

$$\frac{X_2}{\delta} = -\frac{\omega^2 R_2^2}{2g} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} + \text{constante}$$

D'où l'on tire :

$$\left(\frac{X_2 - X_1}{\delta}\right) = \frac{\omega^2}{2g}(R_1^2 - R_2^2) - \left(\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_2^2}{2g}\right) + \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) \qquad (15)$$

Le terme $X_2 - X_1$ représente l'excès algébrique de pression résultant de l'action des mécanismes en révolution. Par conséquent, si Q m³ sont débités en une seconde par le canal en mouvement, le produit $Q(X_2 - X_1)$ représente, s'il est positif, le travail absorbé par les ailettes, et s'il est négatif, il mesure le travail transmis aux mêmes ailettes. Désignons par T_t la valeur de ce produit, abstraction faite de son signe, on aura :

$$T_t = Q\delta\left[\frac{\omega^2}{2g}(R_1^2 - R_2^2) - \left(\frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_2^2}{2g}\right) + \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right)\right] \qquad \text{(D)}$$

Dans cette expression, le terme $\frac{Q\delta\omega^2}{2g}(R_1^2 - R_2^2)$ représente le travail positif

ou négatif effectué par la force centrifuge développée par la masse $\frac{Q\delta}{g}$, pendant son trajet du rayon R_1 au rayon R_2. Or, l'expression (D) ne comprend pas seulement ce travail de la force centrifuge, mais bien encore quatre autres termes.

C'est donc à tort que, pendant longtemps, on a attribué à la force centrifuge un rôle presque exclusif dans le fonctionnement des turbines, des ventilateurs et des pompes centrifuges. Et si la dénomination de pompes et ventilateurs centrifuges reste universellement employée, ce n'est pas que cette dénomination soit entièrement exacte, mais plutôt parce qu'il est difficile de trouver une expression simple caractérisant nettement la nature du fonctionnement de ces appareils.

3. Énoncé de l'équation (B). — Cette équation peut être énoncée comme suit :

Dans un fluide en mouvement à travers un canal animé d'un mouvement de rotation, chaque point de la ligne moyenne du canal est caractérisé par l'existence de cinq hauteurs dont la somme reste constante. Ces cinq hauteurs sont les suivantes :

1°, La hauteur piézométrique $\frac{p}{\delta}$;

2°, La perte de charge due aux frottements $\frac{J}{\delta}$;

3°, La cote de nivellement z;

4°, La hauteur engendrée par la force centrifuge, $\frac{\omega^2 \varrho^2}{2g}$, prise en signe contraire,

5°, La hauteur génératrice de la vitesse relative $\frac{w^2}{2g}$.

4. Mouvement discontinu de l'eau dans un canal en rotation. — Lorsque le fluide en mouvement est de l'eau, et que le canal ne fonctionne pas à gueule bée, l'air atmosphérique peut y pénétrer en même temps que l'eau ; la pression de la veine reste donc constante et égale à la pression atmosphérique p_a. De même que dans le cas représenté par la fig. 2, le mouvement est assimilable alors au mouvement d'une quantité d'éléments solides qui se succéderaient sans liaison.

Bien qu'en principe, un mouvement de l'espèce soit tout différent du mouvement continu auquel s'applique l'équation (B), il est clair que les vitesses aux différents points du canal sont précisément celles que l'on obtient en faisant abstraction de la pression dans l'équation (B). On trouve alors :

$$\frac{J}{\delta} + z - \frac{\omega^2 \varrho^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} = \text{constante} \qquad \text{(E)}$$

Et, dans le cas où $\frac{J}{\delta} = o$, il vient :

$$z - \frac{\omega^2 \varrho^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} = \text{constante} \qquad \text{(F)}$$

§ 4. — Principes généraux relatifs au rendement des turbines hydrauliques, et des pompes et ventilateurs centrifuges.

1. Classification de ces appareils au point de vue du rendement. — Lorsqu'il s'agit de turbines, le problème industriel à résoudre consiste à retirer la plus grande puissance possible d'un débit Q, capable d'une chute H; réciproquement, quand il s'agit de pompes centrifuges ou de ventilateurs, il faut chercher à dépenser la plus petite puissance possible, pour produire un travail déterminé.

Au point de vue théorique, tous ces problèmes présentent un trait commun, en ce sens qu'un volume Q d'eau ou d'air parcourt un cycle dans lequel la pression initiale et la pression finale sont toutes deux la pression atmosphérique.

Cependant, au point de vue du rendement, il y a lieu de diviser en deux catégories les appareils dont le fonctionnement est basé sur la circulation d'un fluide dans un canal qui tourne, selon que le mouvement s'effectue d'une manière continue sur tout le parcours du cycle ou selon que le mouvement, dans une partie du cycle, est discontinu.

2. Rendement des appareils dans lesquels le mouvement s'effectue entièrement d'une manière continue. — Caractérisons par les indices 1 et 2 les points initiaux et finaux du cycle.

En appliquant la formule fondamentale (A), on aura :

$$\frac{p_1}{\delta} + \frac{J_1}{\delta} + \frac{X_1}{\delta} + z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\delta} + \frac{J_2}{\delta} + \frac{X_2}{\delta} + z_2 + \frac{u_2^2}{2g}. \tag{16}$$

Observons que $p_1 = p_2 = p_a$, et l'équation pourra s'écrire :

$$\frac{X_2 - X_1}{\delta} = (z_1 - z_2) + \frac{J_1 - J_2}{\delta} + \frac{u_1 - u_2^2}{2g}. \tag{17}$$

Posons $z_1 - z_2 = \pm H$, H désignera la dénivellation entre les deux extrémités du cycle, le signe + correspondant au cas où la dénivellation constitue une chute, et le signe — devant être adopté quand le mouvement s'effectue dans le sens d'une élévation de niveau.

L'équation (17) peut donc s'écrire :

$$X_2 - X_1 = \delta \left[\pm H + \frac{J_1 - J_2}{\delta} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right]$$

Or, si l'on désigne par T_t le travail absorbé ou fourni par le canal en rotation, en une seconde, on a, lorsque le débit du canal est Q m³ par seconde,

$$T_t = Q\,[X_2 - X_1]$$

ou bien :

$$T_t = Q\,\delta\left[\pm H + \frac{J_1 - J_2}{\delta} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}\right]. \qquad (18)$$

Conformément aux conventions adoptées dans l'établissement de la formule fondamentale (A), si la valeur de T_t déduite de cette formule est positive, T_t représente un travail résistant, c'est-à-dire un travail absorbé par les ailettes, et si T_t est négatif, il représente un travail moteur fourni au fluide.

Appliquons d'abord l'équation (18) à une turbine; H représentera la chute et u_1 et u_2, respectivement, les vitesses de l'eau aux points où l'on mesure H. On aura :

$$T_t = Q\delta\left[\left(H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}\right) - \left(\frac{J_2 - J_1}{\delta}\right)\right] \qquad (19)$$

Le terme $\frac{J_2 - J_1}{\delta}$ exprime la perte de charge résultant des frottements et mouvements imprévus. Or cette perte peut se décomposer en deux parties : L'une $\frac{J_e}{\delta}$ est la perte de charge relative aux canalisations, et l'autre $\frac{J_i}{\delta}$ est la perte de charge occasionnée par la résistance propre de la turbine.

L'équation (19) pourra donc s'écrire :

$$T_t = Q\delta\left[\left(H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} - \frac{J_e}{\delta}\right) - \frac{J_i}{\delta}\right]. \qquad (20)$$

Le terme $H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} - \frac{J_e}{\delta}$ dépend des circonstances de la chute dont on dispose, et, en principe, ces circonstances ne peuvent pas être modifiées par le constructeur ; au contraire, le terme $\frac{J_i}{\delta}$ dépend des imperfections du fonctionnement de la turbine, et si une turbine était parfaite, ce terme serait nul.

Il en résulte donc que le travail maximum que l'on peut retirer d'une chute, a pour valeur l'expression (20), dans laquelle on fait $\frac{J_i}{\delta} = 0$, c'est-à-dire :

$$T_{max} = Q\delta\left[H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} - \frac{J_e}{\delta}\right]. \qquad (21)$$

Il arrive très souvent que les canalisations d'amenée et de fuite ont la même

section, et que la perte de charge propre aux canalisations est négligeable; alors $u_1 = u_2$ et $J_e = 0$, de sorte que l'équation (21) devient :

$$T_{max} = \delta Q H. \qquad (22)$$

Le rendement théorique de la turbine est la fraction du travail maximum que l'on peut effectivement transmettre aux ailettes. Soit m ce rendement, il aura pour expression :

$$m = \frac{T_t}{T_{max}} = 1 - \frac{\frac{J_i}{\delta}}{H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} - \frac{J_e}{\delta}}. \qquad (23)$$

Cette expression montre que, dans la valeur du rendement, un seul terme, à savoir $\frac{J_i}{\delta}$, est susceptible d'être modifié par les constructeurs, en vue de l'amélioration du fonctionnement. Nous examinerons plus loin quels sont les moyens pratiques susceptibles d'être employés pour diminuer la valeur de ce terme $\frac{J_i}{\delta}$, et obtenir, par conséquent, un rendement aussi rapproché que possible de l'unité.

Examinons maintenant ce qui se passe lorsqu'il s'agit d'une pompe centrifuge ou d'un ventilateur centrifuge. L'expression (20) deviendra :

$$T_t = Q\delta\left[\left(-H + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} - \frac{J_e}{\delta}\right) - \frac{J_i}{\delta}\right]$$

ou bien :

$$-T_t = Q\delta\left[\left(H - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{J_e}{\delta}\right) + \frac{J_i}{\delta}\right]. \qquad (24)$$

Par conséquent, le travail minimum transmis par les ailettes au fluide, sera celui qui correspond à $\frac{J_i}{\delta} = 0$, et aura pour valeur :

$$-T_{min} = Q\delta\left[H - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{J_e}{\delta}\right]. \qquad (25)$$

Pour certaines pompes, $\frac{J_e}{\delta}$ est négligeable et $u_1 = u_2$, de sorte que le travail minimum a, dans ce cas spécial, la valeur particulièrement simple :

$$-T_{min} = Q\delta H.$$

De même, s'il s'agit de ventilateurs, le terme H disparaît, et $u_1 = u_2 = 0$, de sorte que le travail minimum prend alors l'expression :

$$-T_{min} = QJ_e.$$

Quoiqu'il en soit, adoptons la formule tout à fait générale (24), et désignons par m le rendement théorique, c'est-à-dire le rapport entre le travail minimum réclamé par un appareil parfait, et le travail nécessaire, si l'on tient compte des imperfections du fonctionnement, on aura :

$$m = \frac{T_{min}}{T_t} = \frac{1}{1 + \dfrac{\dfrac{J_i}{\delta}}{H - \dfrac{u_1^2}{2g} + \dfrac{u_2^2}{2g} + \dfrac{J_e}{\delta}}} \qquad (26)$$

Cette expression montre que, lorsqu'il s'agit de pompes et de ventilateurs où le mouvement est continu (et, pour les ventilateurs, il est impossible d'en concevoir qui ne soient pas de cette catégorie), l'amélioration du rendement ne peut être obtenue que par une diminution de la résistance propre $\frac{J_i}{\delta}$. Nous examinerons plus loin quelles sont, en pratique, les circonstances favorables à cette diminution.

3. Rendement des appareils dans lesquels le mouvement s'effectue partiellement d'une manière discontinue. — Les appareils de l'espèce sont les roues hydrauliques, et les turbines ou pompes qui déversent leur eau dans l'atmosphère.

On peut diviser le parcours de l'eau en deux phases : La première, comportant une dénivellation h, correspond au mouvement dans le canal d'amont et à l'intérieur de l'aubage mobile, et la deuxième, comportant une dénivellation $H - h$, correspond au mouvement discontinu qui s'opère dans l'air atmosphérique, après que l'eau a quitté l'aubage mobile.

L'équation du mouvement pendant la première phase, à supposer même que le mouvement dans l'aubage mobile soit discontinu, sera, en appliquant l'équation fondamentale (A), et en désignant par v_2 la vitesse absolue de l'eau au sortir de l'aubage mobile :

$$\frac{p_a}{\delta} + \frac{J_1}{\delta} + \frac{X_1}{\delta} + z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\delta} + \frac{J_2}{\delta} + \frac{X_2}{\delta} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad (27)$$

ou bien en posant :

$$z_1 - z_2 = \pm h \quad \text{et} \quad \frac{J_2 - J_1}{\delta} = \frac{J_i}{\delta}$$

$$X_2 - X_1 = \delta\left[\pm h - \frac{J_i}{\delta} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right] \qquad (28)$$

Par conséquent, le travail théorique développé, s'il s'agit d'une turbine ou d'une roue, ou bien le travail à produire, s'il s'agit d'une pompe, sera :

$$T_t = Q\,[X_2 - X_1] = Q\delta\left[\pm h - \frac{J_i}{\delta} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right]. \quad (29)$$

Le terme h est affecté du signe + quand il s'agit d'une turbine ou d'une roue (chute), et du signe —, quand il s'agit d'une pompe (élévation).

Dans l'expression (29), trois termes, à savoir $\frac{J_i}{\delta}$, h et v_2 sont susceptibles d'être modifiés par le constructeur. La hauteur h peut atteindre la dénivellation totale H, le terme $\frac{v_2^2}{2g}$ peut être rendu extrêmement petit, et la résistance propre de la pompe peut être diminuée grâce à certaines dispositions.

Un appareil idéal serait celui où ces trois éléments permettraient à la valeur de T_t de devenir algébriquement maximum.

Dans le cas d'une turbine ou d'une roue, le maximum de T_t sera :

$$T_{max} = Q\delta\left[H + \frac{u_1^2}{2g}\right]$$

Et, dans le cas d'une pompe, le minimum de T_t aura pour valeur :

$$T_{min} = -Q\delta\left[H - \frac{u_1^2}{2g}\right].$$

Le rendement théorique sera donc, dans le cas d'une roue ou d'une turbine :

$$m = \frac{T_t}{T_{max}} = 1 - \frac{H - h + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{J_i}{\delta}}{H + \frac{u_1^2}{2g}} \quad (31)$$

et, dans le cas d'une pompe :

$$m = \frac{T_{min}}{T_t} = 1 - \frac{H - \frac{u_1^2}{2g}}{(H - h) - \frac{J_i}{\delta} - \frac{v_2^2}{2g}}. \quad (32)$$

Les expressions (31) et (32) conduisent à une conclusion uniforme, en ce qui concerne tous les appareils de l'espèce, à savoir :

Le rendement théorique sera d'autant plus élevé que :

1°, plus petite sera la hauteur de chute (H — h) à travers l'atmosphère ;

2°, plus petite sera la vitesse absolue de l'eau au sortir de l'aubage mobile ;

3°, plus petite sera la résistance propre de l'appareil, cette résistance comprenant aussi celle de la canalisation d'amenée.

En vue d'améliorer le rendement des turbines, roues et pompes dont l'aubage mobile déverse l'eau directement dans l'atmosphère, les constructeurs ont donc à se préoccuper de trois éléments, alors qu'un seul d'entre eux exerce une influence sur le rendement, lorsque le mouvement est continu.

4. Examen des causes qui influent sur la résistance propre des turbines, pompes et ventilateurs centrifuges. — Toute turbine, pompe ou ventilateur, oppose au fluide qui le traverse une résistance qui provient du frottement des divers filets de fluide sur eux-mêmes et sur les parois. Cette résistance est de la même nature que celle d'un tuyau ou d'un canal, et, par conséquent, elle est vraisemblablement inversement proportionnelle à la cinquième puissance des dimensions.

Si donc on double les dimensions d'une turbine, la résistance devient 32 fois plus petite. Si on triple ces dimensions, la résistance s'affaiblira 243 fois, et ainsi de suite.

Les dimensions des appareils que nous étudions ont donc une influence considérable sur le rendement. Toutes circonstances égales d'ailleurs, les grands appareils seront toujours supérieurs aux petits. De même, les appareils où le fluide n'est pas forcé, mais circule librement, présenteront, au point de vue de la résistance propre, une véritable supériorité.

Une deuxième source de résistance au mouvement réside dans les déviations brusques. La théorie et l'expérience ont montré que toute déviation brusque d'une veine fluide comporte une perte de charge. Il importe donc que l'entrée du fluide dans l'aubage mobile, son parcours et sa sortie s'effectuent le plus directement possible et sans déviation brusque.

Une troisième cause de résistance au mouvement réside dans les imperfections de construction. Toute aspérité, toute irrégularité dans la surface des canaux formés par les ailettes, créent des remous et des mouvements inutiles. Les arêtes qui terminent le distributeur, et celles qui commencent l'aubage mobile, surtout, doivent être nettes et vives. Il convient de les tailler à la fraiseuse ou la raboteuse, et ce résultat ne peut être atteint qu'à la condition d'employer des ailettes susceptibles de se détacher de la couronne mobile.

Enfin, la résistance propre des turbines, ventilateurs et pompes est également influencée par le choc du fluide à l'entrée dans l'aubage mobile.

Ce choc n'existerait pas, si ces appareils fonctionnaient en effectuant exactement le nombre de révolutions pour lequel ils ont été calculés. En effet, on verra que tous les calculs sont basés sur l'hypothèse que la vitesse absolue à l'entrée dans l'aubage mobile se décompose en deux vitesses, l'une étant la vitesse d'en-

traînement du mouvement de révolution, et l'autre la vitesse relative, c'est-à-dire la vitesse avec laquelle le fluide traverse les canaux mobiles.

Si tous les éléments de l'appareil sont proportionnés de manière que la vitesse de révolution calculée conformément à cette supposition soit obtenue réellement, il n'y aura pas de choc. Mais si par suite d'une disproportion d'un élément quelconque, la vitesse de révolution calculée ne peut être obtenue réellement, il y aura choc entre le fluide et les ailettes.

Naturellement, aucun calcul théorique, ni aucun ajustage n'étant parfaits, il se produit toujours des chocs, dans une certaine mesure, même en marche normale, et de ce chef, la résistance propre de l'appareil se trouve accrue.

Mais si, par suite d'une circonstance spéciale, la vitesse de révolution est complètement différente de celle qui a été calculée en vue de la marche normale, les chocs pourront acquérir une véritable importance et être une cause de sérieuse diminution du rendement.

En principe, chaque turbine, pompe ou ventilateur centrifuge est établie en vue d'une certaine vitesse, pour laquelle le rendement est maximum. En dehors de cette vitesse, le rendement se trouve nécessairement diminué.

DEUXIÈME PARTIE

DISPOSITIONS PRATIQUES

§ 1. — Classification des turbines d'après la direction du mouvement de l'eau dans les aubes. Dispositions favorables au rendement.

On distingue les turbines axiales ou parallèles, les turbines radiales, et les turbines qui sont à la fois axiales et radiales, souvent dénommées turbines mixtes ou turbines américaines (fig. 5, 6, 7, 8, 9).

1. Turbines axiales. — Les turbines axiales sont représentées par le croquis fig. 5. La ligne moyenne des canaux formés par les ailettes est une courbe gauche tracée sur une surface cylindrique, de section circulaire, dont l'axe géométrique coïncide avec l'axe de rotation de la turbine. Les aubes sont formées de surfaces hélicoïdales, engendrées par une droite qui se déplace en restant perpendiculaire à l'axe de rotation, et en s'appuyant, d'une part, sur cet axe, et d'autre part sur une ligne analogue à la ligne moyenne ci-dessus définie. L'eau ne subit guère de déviation en traversant une turbine axiale et, par conséquent, les pertes de charge provoquées par les déviations brusques de la veine y sont particulièrement minimes.

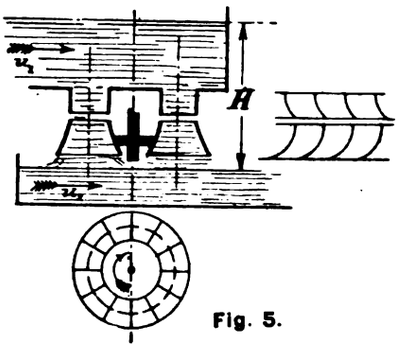


Fig. 5.

2. Turbines radiales. — Les croquis fig. 6, 7 et 8 représentent des turbines radiales. La ligne moyenne des canaux est une courbe plane contenue dans un plan

perpendiculaire à l'axe de rotation. Quant aux aubes, elles sont formées par des surfaces cylindriques engendrées par une droite parallèle à l'axe de rotation et s'appuyant sur une ligne analogue à la ligne moyenne. Les turbines radiales sont centrifuges, centripètes, ou encore centrifuges et centripètes à la fois, selon que le mouvement de l'eau s'effectue en s'éloignant de l'axe de rotation (fig. 6), en se rapprochant de cet axe (fig. 7) ou bien en se rapprochant de l'axe pour s'en éloigner ensuite (fig. 8).

Dans les turbines centrifuges, la vitesse de l'eau au sortir des aubes est toujours fort grande. Or, si le mouvement est continu, cet excès de vitesse provoque de grands

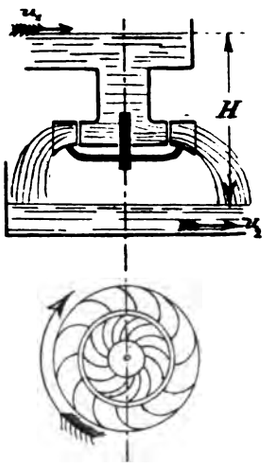


Fig. 6.

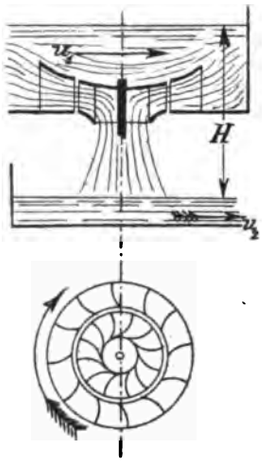


Fig. 7.

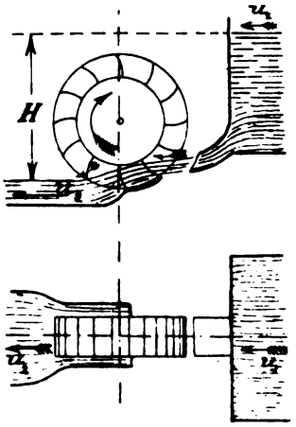


Fig. 8.

frottements, et si le mouvement est discontinu, cette vitesse exagérée est une cause directe de perte de rendement. Il faut proscrire résolument l'emploi des turbines centrifuges.

Dans les turbines centripètes, l'eau subit, à la sortie de l'aubage mobile, une déviation extrêmement brusque qui rend ce genre de turbines peu recommandables.

Les turbines centripètes-centrifuges sont appelées plus communément roues hydrauliques.

3. Turbines mixtes. — Les turbines de cette espèce sont représentées par le croquis fig. 9. La ligne moyenne des canaux est une courbe gauche analogue à celle des turbines axiales, mais, cette courbe, au lieu d'être toujours à la même distance de l'axe de rotation, s'en rapproche ou s'en éloigne. Elle est tracée sur une surface cylindrique dont les génératrices sont parallèles à l'axe de rotation, et dont la directrice est une courbe quelconque tracée dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. La surface des aubes est une surface hélicoïdale dont les génératrices s'appuient sur une ligne analogue à la ligne moyenne et sur l'axe de rotation, tout en restant perpendiculaire à celui-ci.

Les turbines mixtes peuvent donc être centrifuges ou centripètes. Si elles sont

centrifuges, elles ont le même défaut que les turbines radiales centrifuges, et doivent être écartées pour le même motif.

Si elles sont centripètes, elles sont alors du type dit américain, et elles ont sur les turbines radiales centripètes, l'avantage que la déviation brusque est remplacée par une déviation progressive comportant une très minime perte de travail. Les turbines du type américain peuvent, sous de très petites dimensions, débiter des quantités énormes d'eau, et de ce fait, elles sont préférées à toutes autres par les acheteurs qui, disposant d'eau en excès, recherchent avant tout la modicité du prix d'acquisition. Cependant, il est clair que ces petites dimensions ont pour conséquence d'augmenter la résistance de la turbine au passage de l'eau, et à égalité de débit, le rendement d'une turbine américaine ne peut être supérieur à celui d'une turbine parallèle. Lorsqu'on dispose d'un coup d'eau strictement mesuré, et que l'on cherche avant tout à mettre en œuvre la plus grande puissance possible, la turbine parallèle peut lutter avantageusement avec la turbine américaine.

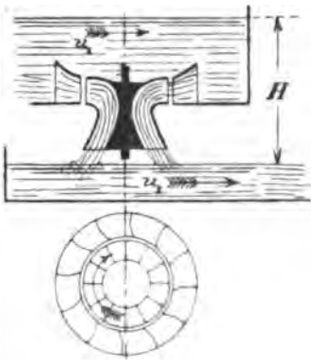


Fig. 9.

§ 2. — Classification des turbines d'après la situation de la couronne mobile relativement au niveau d'aval. Dispositions avantageuses au point de vue du rendement.

On distingue les turbines découvertes, les turbines noyées proprement dites, et les turbines noyées dans un tube diffusoir.

1. Turbines découvertes. — Ces turbines sont celles dont la couronne mobile est plongée dans l'atmosphère (voir fig. 10). Le mouvement de l'eau y est discontinu, et par conséquent elles sont calculées en supposant que la pression de l'eau est égale à la pression atmosphérique dès qu'elle sort de l'aubage mobile.

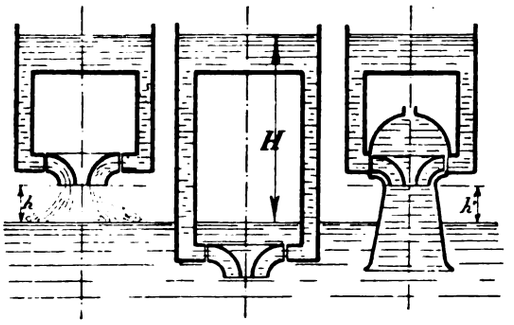


Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12.

Lorsque l'eau possède la pression atmosphérique dès l'entrée dans l'aubage mobile, les canaux d'une turbine découverte peuvent fonctionner sans être entièrement remplis. On dit alors que la turbine fonctionne à libre déviation.

Les turbines découvertes présentent toutes l'avantage de ne donner lieu à aucun frottement contre une masse d'eau environnante, et, de plus, lorsqu'elles sont à libre déviation, la résistance qu'elles opposent au passage de l'eau est très minime.

Mais, dans ces turbines, la hauteur h est perdue. Or, cette hauteur varie beaucoup selon les circonstances du débit. Elle peut être réduite à fort peu de chose lorsque le niveau d'aval atteint sa position supérieure (hautes eaux), mais, par contre, elle devient beaucoup plus forte lors du niveau des basses eaux, c'est-à-dire au moment où l'on dispose du plus petit débit.

Si la chute disponible H est très faible, le rendement est notablement affecté par la perte de niveau h ; au contraire, si la chute disponible est très forte, la perte de niveau h est sans grande influence. En thèse générale, on peut donc conclure que les turbines découvertes ne conviennent qu'aux hautes chutes.

2. Turbines noyées proprement dites (fig. 11). — Dans ces turbines, la couronne mobile est placée sous le niveau d'aval, quelle que soit la hauteur de ce niveau. La couronne mobile entraîne la masse environnante dans son mouvement de révolution, et de plus, l'eau, en sortant, occasionne des chocs et des remous inutiles. C'est donc là une disposition vicieuse, d'autant plus qu'elle ne permet pas l'accès à la couronne mobile.

3. Turbines noyées dans un tube diffusoir (fig. 12). — La couronne mobile de ces turbines est placée au-dessus du niveau des plus hautes eaux d'aval, dans un tube diffusoir formant la continuation de la conduite d'amenée des eaux. Le mouvement est essentiellement continu, et les pertes de travail sont dues exclusivement aux frottements de l'eau contre les parois des canaux qu'elle traverse. Il convient de ne pas donner plus de deux à quatre mètres à la hauteur h', car la pression de l'eau dans le tube diffusoir est inférieure à la pression atmosphérique : Lorsque la hauteur h' est exagérée, l'air en dissolution dans l'eau s'échappe et forme cloche, occasionnant ainsi une perte de hauteur motrice.

Dans les turbines de l'espèce, il y a toujours moyen d'accéder à la couronne mobile en vidant le tube diffusoir. C'est un grand avantage ; aussi, cette disposition doit être considérée comme excellente, surtout lorsqu'il s'agit de chutes moyennes, lesquelles ne permettent pas l'adoption de turbines découvertes.

§ 3. — Classification des turbines d'après le degré d'injection. Variations de ce degré.

La couronne mobile d'une turbine peut recevoir l'eau motrice sur toute sa périphérie, ou bien le distributeur peut être limité à une fraction de cette périphérie :

Dans le premier cas, l'injection est totale, et dans le second cas, l'injection est partielle.

L'injection partielle est adoptée lorsque la chute est très forte et le débit fort petit. Dans ces circonstances, en effet, l'eau ne peut être admise sur tout le pourtour de la couronne mobile, sans que les dimensions de celle-ci ne soient réduites au-delà de ce qui est réalisable dans la construction.

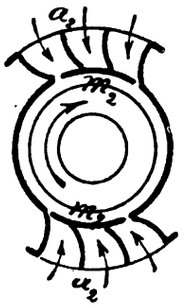


Fig. 13.

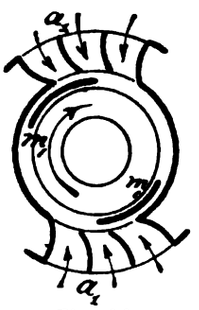


Fig. 14.

Du reste, lorsque l'injection partielle est adoptée, il est souvent nécessaire de pouvoir faire varier le degré d'injection. Les dispositions que l'on peut adopter à cet effet sont nombreuses. La fig. 14 représente schématiquement une turbine centripète où l'injection partielle est obtenue à l'aide de deux distributeurs a_1 a_1 placés symétriquement, et où deux tiroirs m_1, m_1 peuvent se mouvoir autour de l'axe de rotation de manière à boucher plus ou moins les distributeurs. La fig. 14 représente schématiquement la même turbine centripète dans laquelle les sections des deux distributeurs a_2 a_2 peuvent être bouchées par deux tiroirs m_2 m_2 se déplaçant parallèlement à l'axe.

§ 4A. — Description d'une turbine parallèle à arbre vertical spécialement adaptée aux chutes moyennes et aux grands débits

Les figures 15 et 16 représentent une turbine parallèle s'adaptant très bien à des chutes de 3 à 10 mètres, et à des débits de $^1/_2$ m³ à 10 m³ par seconde.

Cette turbine comporte essentiellement des maçonneries en béton, un distributeur D, une couronne mobile T, un tube diffusoir CC, et un dispositif de réglage à main.

La couronne mobile est calée sur un arbre creux en acier A_1. A la partie supérieure, cet arbre creux s'élargit de manière à pouvoir être boulonné sur la couronne S_2, laquelle est calée sur l'arbre cylindrique A_2. Cet arbre A_2 est l'arbre de transmission de la force : Il est terminé à sa base par un pivot P_2, en acier, lequel tourne sur un grain en bronze P_1. Le pivot P_2 tourne avec l'arbre de transmission, et le grain P_1 est solidaire d'un arbre fixe SS reposant sur un support B. L'arbre de transmission A_2 est fileté à sa partie inférieure, et porte un écrou mobile E. En faisant tourner cet écrou, la couronne S_2 peut être montée ou descendue très légèrement, de manière à régler le jeu existant entre le distributeur D et la couronne

mobile T. L'arbre creux A_1 est guidé en G, et l'arbre de transmission est soutenu par les contreforts FF. La transmission s'opère par l'engrenage K.

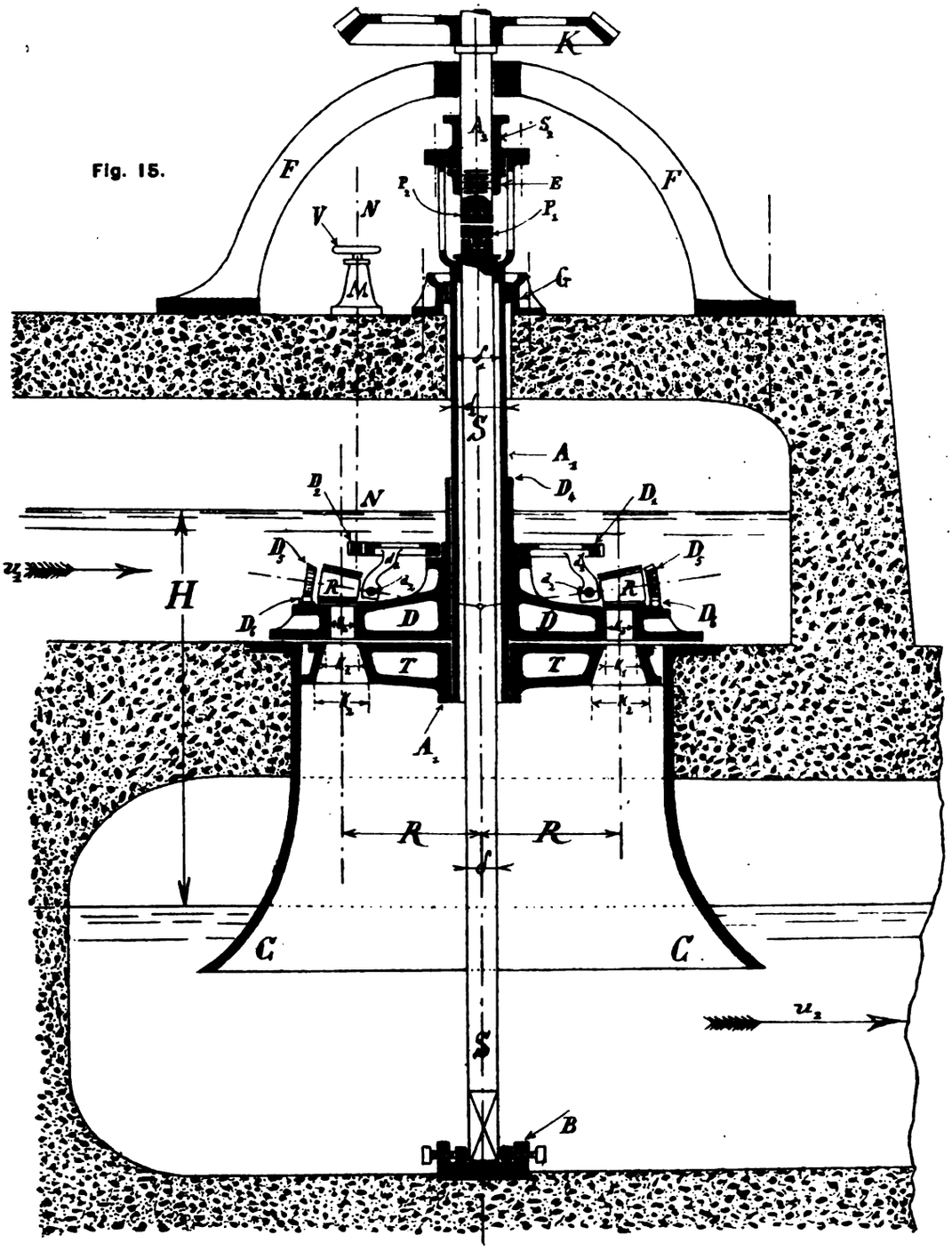


Fig. 15.

Le diamètre de l'arbre de transmission est fixé d'après la règle habituelle, c'est-à-dire de sorte que la déformation par torsion soit égale à $^1/_4$ de degré par mètre courant. On donne au support SS, un diamètre δ égal au diamètre de l'arbre de transmission. Le diamètre intérieur δ_1 de l'arbre creux est pris égal à δ augmenté des dimensions nécessaires pour assurer un certain jeu, et son diamètre extérieur δ_2, est calculé de manière que la section annulaire ait un moment d'inertie polaire égal au moment d'inertie polaire de la section de l'arbre de transmission. De cette manière, la déformation de l'arbre creux sera également d'un quart de degré par mètre courant.

La turbine possède un dispositif de vannage permettant de régler, à la main, la quantité d'eau admise à travers les aubes.

Ce dispositif consiste essentiellement en deux bandes de cuir, disposées au-dessus des orifices du distributeur, et pouvant s'enrouler sur deux rouleaux coniques RR, de façon à laisser ouverts un certain nombre d'orifices du distributeur. Chaque rouleau R s'articule, par un axe d_2 d_2, sur un bras d_1 solidaire d'une roue dentée D_1 D_1. Cette roue est mise en mouvement par un pignon D_2 calé sur l'arbre NN d'un volant à main V. Afin d'assurer un bon enroulement de la bande de cuir sur le rouleau, ce dernier entraîne avec lui une roue dentée conique D_5, engrenant avec une crémaillère D_6 disposée sur tout le pourtour du distributeur.

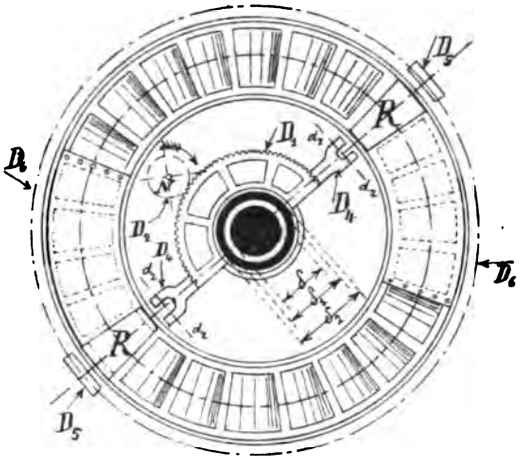


Fig. 16.

Les turbines ainsi construites ont un excellent rendement théorique, mais elles coûtent cher de construction, à cause de leurs grandes dimensions et des complications nécessitées par l'adoption d'un arbre creux. Ensuite, la régularisation du débit, à la main seule, n'est possible que lorsqu'on n'a pas à craindre des coups d'eau très brusques. Ces coups d'eau se produisent lorsque plusieurs turbines sont placées sur le même bief, et qu'un certain nombre d'entre elles sont arrêtées ou mises en mouvement sans avertissement.

§ 4 B. — Description d'une turbine mixte américaine pour forts débits.

La figure 17 représente une turbine du type américain s'adaptant très bien à des chutes de 3 à 10 mètres, et à des débits de $^1/_2$ m³ à 10 m³ par seconde.

Cette turbine comporte essentiellement des maçonneries en béton, un distributeur B, une couronne mobile A, un tube diffusoir C, et un dispositif de réglage automatique.

La couronne mobile A est calée sur un arbre plein EE, tournant dans

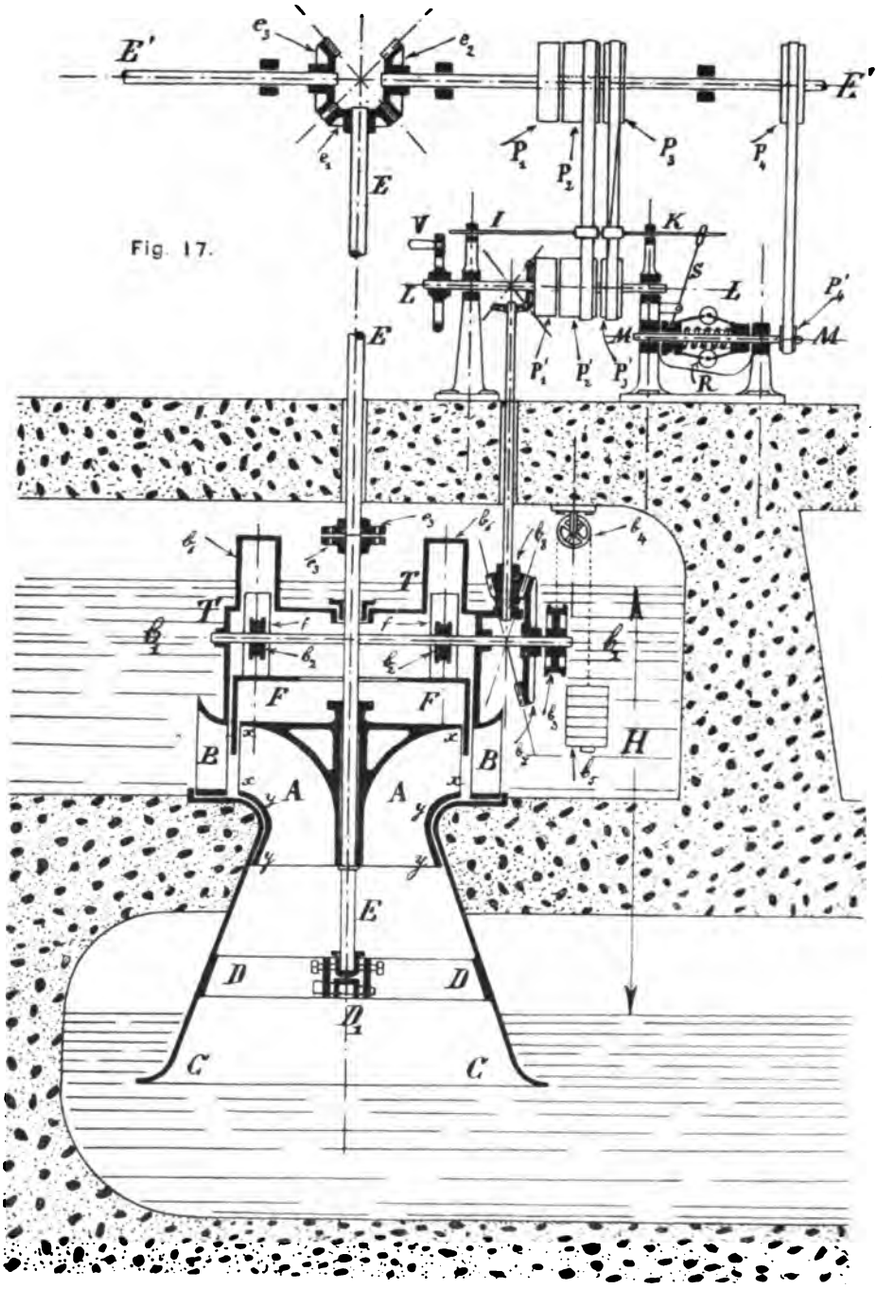


Fig. 17.

une crapaudine D_1, faisant corps avec des bras DD venus de fonte avec le tube C. Le distributeur B est disposé autour de la couronne A, et le jeu existant entre ces deux pièces est occupé par les parois cylindriques d'une cloche mobile FF. Cette cloche est renfermée dans une autre cloche TT, fixe et étanche. La cloche FF porte deux crémaillères *f f* engrenant avec les pignons b_2 b_2, lesquels sont calés sur un arbre b_1 b_1, qui est en connexion, par les pignons coniques b_7, b_8, avec l'appareil de réglage automatique. Cet arbre porte également une poulie b_3 sur laquelle s'enroule une chaîne portant un contrepoids b_5, capable d'équilibrer le poids de la cloche FF. Selon que l'arbre b_1 b_1 tourne dans un sens ou dans l'autre, la cloche FF monte ou descend, et par conséquent augmente ou diminue la quantité d'eau admise.

Le pignon conique b_8 est calé sur un arbre vertical en connexion avec l'arbre horizontal LL. Cet arbre porte deux poulies fixes P'_1 et P'_3, et une poulie folle P'_2 beaucoup plus large que les deux précédentes. A ces 3 poulies correspondent 3 poulies semblables placées sur l'arbre de manège E'E'. Les poulies P_1 et P_3 sont fixes, c'est-à-dire solidaires de cet arbre, tandis que la poulie P_2 est folle. Quant à l'arbre de manège E'E', il est activé par l'arbre de la turbine EE, grâce aux roues coniques e_1 et e_2.

Deux courroies relient le système des 3 poulies $P_1P'_1$, $P_2P'_2$, $P_3P'_3$; l'une est droite et l'autre est croisée, mais toutes deux sont prises dans une tringle IK qui est susceptible de les déplacer, soit vers la droite, soit vers la gauche. Quand le déplacement se fait vers la droite, la courroie croisée conduit l'arbre LL, et quand le déplacement se fait vers la gauche, c'est au contraire la courroie droite qui conduit l'arbre LL, et, par suite, la révolution se fait en sens inverse.

La tringle IK est poussée dans un sens ou dans l'autre par le levier S, qui est en relation avec le manchon d'un régulateur à force centrifuge R, lequel prend son mouvement de l'arbre de manège par l'intermédiaire d'une courroie placée sur les poulies P_4 et P'_4.

Si, par exemple, le mouvement de la turbine s'accélère, il en est de même du mouvement de l'arbre de manège : Le manchon du régulateur marche vers la droite, et la tringle IK vers la gauche ; tout est disposé pour que, dans cette position, le mouvement de la cloche s'effectue vers le bas et ait pour conséquence de diminuer le volume d'eau admis.

La turbine ainsi construite possède un excellent rendement, et sa construction est plus simple et plus robuste que celle de la turbine précédente. Il est clair que le réglage automatique peut être supprimé et remplacé par un réglage à main, lorsque ce dernier mode de réglage est suffisant.

§ 4c. — Description d'une turbine mixte jumelle spécialement adaptée aux très fortes chutes et aux faibles débits.

La fig. 18 représente une turbine mixte centripète, jumelle, et accouplée à une dynamo par l'intermédiaire d'un embrayage élastique A_1 A_2. Les turbines de l'espèce peuvent être construites pour les plus faibles débits et les plus fortes pressions.

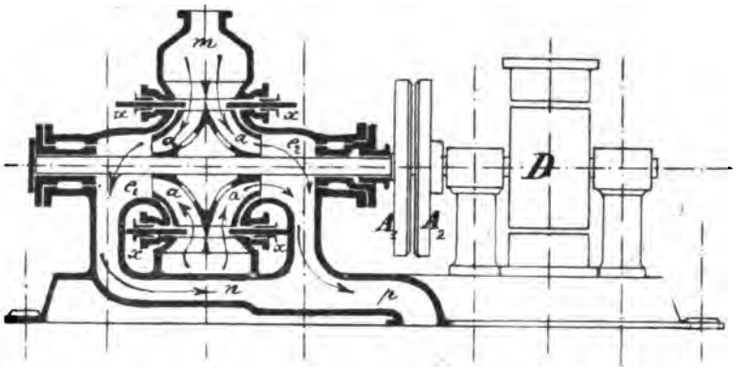


Fig. 18.

Cette turbine se compose essentiellement d'une couronne mobile formée de deux parties jumelles tournant à l'intérieur d'une enveloppe en fonte. L'adoption de deux parties jumelles se justifie par la nécessité d'éviter, dans les coussinets, une pression longitudinale parallèle à l'axe de rotation.

Il est bon que chaque partie jumelle soit pourvue de deux distributeurs disposés symétriquement par rapport à l'axe, car ainsi, les pressions latérales sur les coussinets sont équilibrées. Chacun de ces distributeurs peut être réglé par un tiroir courbe x. Ces tiroirs sont donc au nombre de 4, et ils sont mus par des engrenages activés par des volants à main. Ces engrenages ne sont pas représentés dans la figure.

L'eau sous pression pénètre en m, et s'échappe par les espaces e_1 et e_2 vers les canaux n et p venus de fonte avec l'enveloppe de la turbine.

§ 5. — Classification des pompes centrifuges.

Les pompes centrifuges peuvent fonctionner sans enveloppe, et telles sont les pompes représentées schématiquement par les figures 19 et 20, ou bien être pourvues d'une enveloppe spiraloïde (fig. 21) tracée de manière à permettre aux diverses veines qui sortent des ailettes, de se grouper et d'être évacuées par une conduite unique.

Que les pompes centrifuges soient avec ou sans enveloppes, elles peuvent être divisées en deux catégories, suivant qu'elles sont radiales (fig. 19) ou mixtes (fig. 20), ces expressions ayant la signification qui a été indiquée pour les turbines.

Les pompes centrifuges mixtes ont donc des ailes hélicoïdales, et, ainsi que le montre la fig. 20, elles présentent l'avantage d'offrir à l'eau un passage particulièrement aisé. Aussi faut-il préférer les pompes centrifuges mixtes aux pompes centifuges radiales.

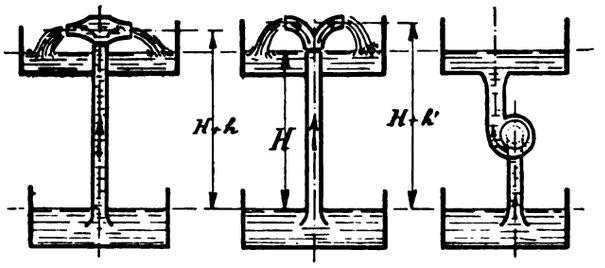


Fig. 19. Fig. 20. Fig. 21.

Lorsque les pompes centrifuges fonctionnent sans enveloppe, elles doivent (afin d'éviter les remous et mouvements inutiles qu'elles entraîneraient si elles étaient plongées dans l'eau), être placées dans l'atmosphère à un niveau un peu supérieur au niveau du refoulement. Il en résulte que la hauteur effective du refoulement doit alors être supérieure à la hauteur réelle H. Aussi les pompes centrifuges sans enveloppe sont-elles complètement abandonnées.

§ 6. — Description d'une pompe centrifuge mixte, à enveloppe spiraloïde.

Les figures 22, 23 et 24 représentent une pompe centrifuge formée, daus les coussinets, de deux pompes jumelles. Ce dédoublement est motivé par la nécessité d'éviter une pression longitudinale parallèle à l'arbre de rotation de la pompe.

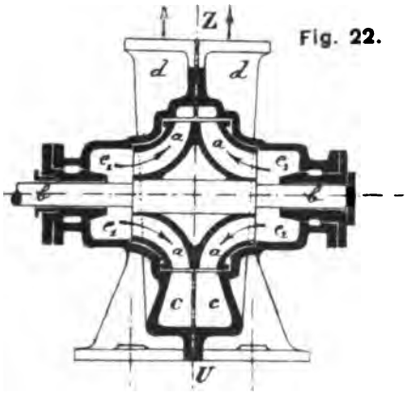


Fig. 22.

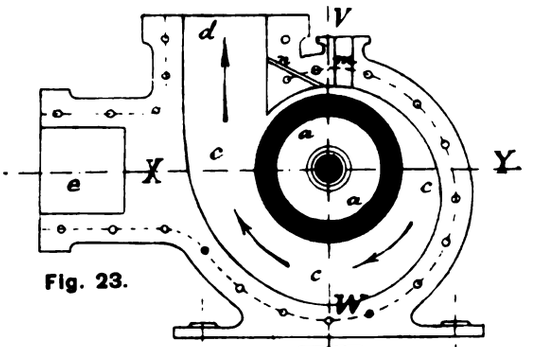


Fig. 23.

La partie de la pompe qui subit le mouvement de révolution est donc composé de 2 jeux d'ailettes en fonte *a a*, dont les surfaces hélicoïdales sont engendrées d'une façon spéciale qui est

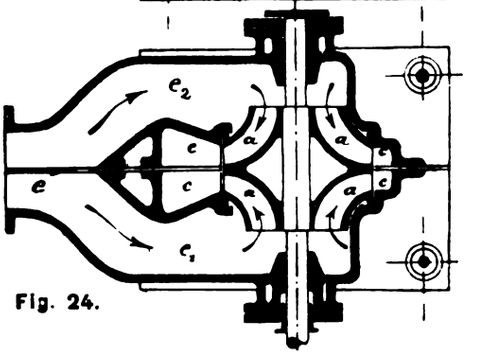


Fig. 24.

exposée en détail dans la 3me partie. Cette partie mobile est contenue dans une enveloppe formant coursier spiraloïde et diffusoir, laquelle est formée de deux pièces en fonte boulonnées suivant un plan vertical.

L'eau pénètre dans la pompe par un canal *e* se bifurquant en deux canaux e_1 et e_2, qui amènent l'eau à chacune des deux ouïes. Le coursier spiraloïde est indiqué par les lettres *c c* et le tube diffusoir par la lettre *d*.

L'enveloppe est munie d'une ouverture *m* par laquelle on peut verser de l'eau dans la pompe et le tuyau d'aspiration, afin de produire l'amorçage lors de la mise en train. Enfin, un petit canal *n* permet aux bulles d'air qui s'accumulent dans la partie supérieure de l'enveloppe de s'échapper par le tube diffusoir.

L'examen des croquis 22, 23 et 24 montre immédiatement que le passage de l'eau à travers une telle pompe est particulièrement aisé, les déviations imposées à la trajectoire de l'eau étant établies progressivement.

§ 7. — Classification des ventilateurs à force centrifuge.

Les ventilateurs à force centrifuge peuvent être pourvus d'une enveloppe participant au mouvement de rotation des ailettes, ou bien ces dernières peuvent être contenues dans une enveloppe fixe, spiraloïde, tracée de manière à recueillir toutes les veines d'air rejetées par les diverses ailettes et à les réunir en une seule conduite.

La première disposition a été abandonnée, parce qu'elle avait pour conséquence de mettre en mouvement la masse d'air atmosphérique existant autour du ventilateur, et d'y créer des remous : Tous les ventilateurs centrifuges possèdent aujourd'hui une enveloppe fixe, formant un coursier spiraloïde terminé par un tube diffusoir.

Mais dans tous les ventilateurs centrifuges, le coursier spiraloïde ne règne pas sur la totalité du pourtour des ailettes : Souvent, le coursier spiraloïde est limité à une petite fraction de la périphérie. Dans le premier cas, on dit que le dégorgement est total, et dans le second, le dégorgement est partiel. Le dégorgement partiel, qui a été appliqué à l'imitation de l'injection partielle dans les turbines, constitue le trait caractéristique du célèbre ventilateur Guibal.

Les ventilateurs centrifuges, comme les turbines, peuvent être axiaux ou mixtes. Tous les anciens ventilateurs étaient axiaux, c'est-à-dire que les ailes étaient formés de surfaces cylindriques à génératrices parallèles à l'axe de rotation. Aujourd'hui, il y a une tendance générale à construire des ventilateurs mixtes, dont les ailes sont hélicoïdales. Dans ces ventilateurs, en effet, il n'existe aucune déviation brusque de la trajectoire de l'air, et, par conséquent, le passage de l'air est soumis à un minimum de résistance.

TROISIÈME PARTIE

CALCUL DES DIMENSIONS

§ 1a. — Canalisations hydrauliques forcées.

1. Équation caractéristique du mouvement de l'eau. — Considérons une canalisation forcée de longueur L, et de diamètre constant D, débitant Q m³ d'eau par seconde.

Prenons l'équation (A) de la 1re partie, et faisons-y $v_1 = v_2$, $X_1 = X_2 = o$, et $\delta = 1000$.

Nous aurons :

$$\frac{p_1}{1000} + \frac{J_1}{\delta} + z_1 = \frac{p_2}{1000} + \frac{J_2}{\delta} + z_2$$

Posons $$z_1 - z_2 = \pm H \quad \text{et} \quad \frac{J_2}{1000} - \frac{J_1}{1000} = Lj.$$

L'équation (1) deviendra :

$$\frac{p_2}{1000} = \frac{p_1}{1000} \pm H - Lj.$$

Le terme H doit être affecté au signe + lorsque le mouvement s'opère dans le sens d'une chute, et du signe — dans le cas contraire.

L'expérience a démontré que, pour un diamètre donné D, le terme j, c'est à dire la perte de charge par mètre courant de longueur de tuyau, est proportionnel au carré du débit. On a donc :

$$j = cQ^2 \qquad (2)$$

ou bien $$Lj = CQ^2. \qquad (3)$$

L'équation (4) deviendra alors :

$$\frac{p_2}{1000} = \frac{p_1}{1000} \pm H - CQ^2. \qquad (A)$$

Telle est l'équation caractéristique du mouvement de l'eau dans une canalisation forcée.

2. Valeurs pratiques à attribuer au coefficient C. — Les valeurs à attribuer au coefficient C dépendent du diamètre du tuyau et du degré de poli que présente sa surface intérieure. Les tuyaux habituellement employés sont en fonte, non alésés, recouverts intérieurement et extérieurement d'une couche de goudron. Dans cet état, ils présentent un certain degré de poli, mais ils le perdent par l'usage, à cause des dépôts amenés par l'eau même. Les valeurs de C doivent toujours être établies en supposant l'existence de ces dépôts; celles qui sont le plus généralement acceptées sont les suivantes :

1°, pour des tuyaux dont le diamètre est inférieur à 6 centimètres, soit $D < 0{,}06$, on adopte la formule de Darcy :

$$C = \frac{L}{10^6}\left[\frac{3285}{D^5} + \frac{84}{D^6}\right] \qquad (4)$$

2°, pour des tuyaux dont le diamètre varie de 6 centimètres à 80 centimètres, on peut également adopter la valeur C, mais les calculs seront plus simples, et les valeurs obtenues ne différeront guère de celles que donne la formule (4), si on adopte :

$$C = \frac{L}{10^6}\,\frac{3600}{D^5} \qquad (5)$$

3°, pour des tuyaux dont le diamètre égale ou surpasse 80 centimètres, on peut continuer à employer l'une ou l'autre des formules (4) et (5), mais il est reconnu que les valeurs de C ainsi obtenues sont trop fortes, et il est bon d'introduire dans la formule (5) un coëfficient inférieur à 3600, mais supérieur cependant à 2255. Ce dernier chiffre résulte d'une formule donnée par Prony, laquelle s'adapte mieux aux grands tuyaux que la formule de Darcy.

Avant d'aller plus loin, il ne sera pas sans intérêt d'appeler l'attention sur la signification physique des termes j, c, et C.

D'après l'équation (2), j représente, en mètres, la perte de charge occasionnée par le passage du débit Q à travers un mètre courant du tuyau, tandis que c représente la même perte de charge lorsque le débit se réduit à un mètre cube.

Quant à C, il représente, en mètres, la perte de charge occasionnée par le passage de 1 m³ à travers L mètres de tuyau.

1000 j représente, en kilogs par mètre carré, la pression perdue du fait du passage du débit Q à travers un mètre de tuyau, et, par conséquent, 1000 Sj mesure, en kilogs, la résistance propre d'un mètre courant de tuyau, S étant la section du tuyau.

1000 CS représente, en kilogs, la résistance propre des L mètres de tuyau, lorsque le débit est réduit à un mètre cube, et 1000 cS représente la même résistance pour un mètre courant.

3. Calcul d'un tuyau de conduite. — L'équation caractéristique (A), combinée avec l'une des équations (4) ou (5), permet de déterminer le diamètre d'une conduite, lorsqu'on connaît le débit Q, la charge H et la différence $\frac{p_2}{1000} - \frac{p_1}{1000}$. Or, dans la plupart des cas, on peut attribuer à cette différence un nombre indéfini de valeurs, et, par conséquent, le problème de la détermination du diamètre d'un tuyau de conduite est susceptible d'une infinité de solutions. Le plus souvent, on se donne le diamètre D, et on calcule quelle est la différence $\frac{p_2}{1000} - \frac{p_1}{1000}$. Souvent aussi, pour déterminer D, on s'impose une vitesse moyenne donnée, par exemple, 1 mètre à 2 mètres par seconde.

§ 1b. — Canalisations hydrauliques découvertes.

1. Equation caractéristique du mouvement et valeurs à attribuer aux pertes de charge. — L'équation du mouvement est évidemment l'équation (A) dans laquelle on fait $p_2 = p_1 = p_a$, c'est à dire :

$$H = CQ^2. \qquad \text{(B)}$$

Les valeurs qu'il convient d'attribuer à C sont les suivantes, d'après Bazin, pour une longueur rectiligne L de canal, en désignant par S la section de l'eau et par A le périmètre mouillé :

Parois très unies, ciment lissé, bois raboté avec soin : $C = L \frac{150}{10^6}\left[\frac{A}{S^3} + 0{,}03\frac{A^2}{S^4}\right]$ (6)

Parois unies, pierres de taille, briques, planches : $C = L \frac{190}{10^6}\left[\frac{A}{S^3} + 0{,}07\frac{A^2}{S^4}\right]$ (7)

Parois peu unies en maçonneries de moëllons : $C = L \frac{240}{10^6}\left[\frac{A}{S^3} + 0{,}25\frac{A^2}{S^4}\right]$ (8)

Parois en terre : $C = L \frac{280}{10^6}\left[\frac{A}{S^3} + 1{,}25\frac{A^2}{S^4}\right]$. (9)

§ 1c. — Canalisation d'air.

1. Équation caractéristique du mouvement. — Considérons une canalisation de longueur L et de section uniforme S, ayant un périmètre A ; l'équation du mouvement sera, en considérant l'air comme un fluide incompressible pesant $1^k{,}2$ par m^3 (poids spécifique à la température de 15°).

$$\frac{p_1}{1{,}2} + \frac{J_1}{1{,}2} + z_1 = \frac{p_2}{1{,}2} + \frac{J_2}{1{,}2} + z_2 \qquad (10)$$

Posons $z_1 - z_2 = \pm H$ et $\frac{J_2}{1{,}2} - \frac{J_1}{1{,}2} = Lj$

L'équation (10) deviendra :

$$\frac{p_2}{1{,}2} = \frac{p_1}{1{,}2} \pm H - Lj$$

L'expérience a démontré que le terme j, c'est à dire la perte de charge par mètre courant, est de la forme :

$$j = cQ^2$$

ou bien : $Lj = CQ^2$

Par conséquent, l'équation (10) devient :

$$\frac{p_2}{1{,}2} = \frac{p_1}{1{,}2} \pm H - CQ^2 \qquad (B)$$

Telle est l'équation caractéristique du mouvement de l'air dans un canal, lorsqu'il n'existe dans ce canal aucun mécanisme activant ou retardant le mouvement de l'air.

2. Équation générale du mouvement provoqué par un ventilateur. — Les ventilateurs puisent l'air dans le réservoir atmosphérique et le rejettent dans le même réservoir. Désignons par $\pm$ H la distance verticale entre les extrémités de la canalisation parcourue par l'air. On aura :

$$p_1 = p_a$$

et $p_2 = p_a \mp 1{,}2\,H$

Désignons maintenant par p_o la pression de l'air, et v_a sa vitesse absolue, au moment de l'entrée dans le ventilateur, et soient p_1 et V_a, la pression et la vitesse, lorsque l'air quitte le ventilateur.

Partageons le mouvement en trois phases, à savoir : 1re phase, mouvement dans la canalisation d'amenée ; 2e phase, mouvement dans le ventilateur ; 3e phase, mouvement dans la canalisation de refoulement.

Les équations du mouvement pendant ces phases seront respectivement :

$$\frac{p_a}{1,2} = \frac{p_o}{1,2} + C_1 Q^2 + \frac{v_a^2}{2g} \pm h_1 \qquad (11)$$

$$\frac{p_o}{1,2} + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{p_1}{1,2} + \frac{V_a^2}{2g} + J_i - \frac{X}{1,2} \qquad (12)$$

$$\frac{p_1}{1,2} + \frac{V_a^2}{2g} = \frac{p_a}{1,2} \mp H \pm h_2 + C_2 Q^2 \qquad (13)$$

Dans ces équations, h_1 et h_2 représentent les hauteurs verticales des conduites d'amenée et de refoulement, C_1 et C_2, les pertes de charge relatives à ces deux portions de canalisation, et J_i, la perte de charge due à la résistance propre du ventilateur.

Désignons par h_m la dénivellation constatée dans un manomètre à eau dont une branche plongerait dans l'air en mouvement à l'ouïe du ventilateur, tandis que l'autre branche plongerait dans l'air rejeté par le ventilateur ; h_m est la surpression engendrée par le ventilateur. Lorsque cette surpression est mesurée en millimètres d'eau, on a :

$$h_m = p_1 - p_o \qquad (14)$$

Additionnons membre à membre les équations (11), (12), (13), il viendra :

$$\frac{X}{1,2} = (C_1 + C_2)\, Q^2 + J_i$$

et en posant :

$$C_1 + C_2 = C'$$

et

$$J_i = C'\, Q^2$$

La valeur de X peut s'écrire :

$$\frac{X}{1,2} = (C + C')\, Q^2 \qquad (15)$$

Or, d'autre part, les équations (12) et (15), combinées, donnent :

$$\frac{X}{1,2} = \frac{h_m}{1,2} + C' Q^2 + \frac{V_a^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} \qquad (16)$$

D'où, en égalant les valeurs de $\frac{X}{1,2}$ marquées les équations (15) et (16),

$$\frac{h_m}{1,2} = C Q^2 - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} \qquad (B)$$

Telle est, sous sa forme la plus générale, l'équation caractéristique du mouvement de l'air dans une canalisation, sous l'action d'un ventilateur d'un système quelconque.

3. Équation du mouvement de l'air par l'action d'un ventilateur, dans le cas où la longueur de la conduite de refoulement est négligeable. — Ce cas se présente dans les applications de la ventilation aux mines et aux ateliers, d'une façon presque générale. Il y a lieu de poser $C_2 = o$ et $h_2 = o$, et l'équation (13) s'écrit :

$$\frac{p_1}{1,2} + \frac{V_a^2}{2g} = \frac{p_a}{1,2} \mp H$$

Par conséquent, la valeur de h_m devient :

$$h_m = p_a - p_o - \frac{1,2\, V_a^2}{2g} \mp 1,2\, H \qquad (17)$$

Or, dans la pratique, il est d'usage de placer l'une des branches du manomètre au voisinage de l'ouïe, tandis que l'autre branche débouche dans l'air atmosphérique. La surpression marquée par le manomètre n'est plus alors h_m, mais une valeur indiquée par l'équation :

$$h'_m = p_a \mp 1,2\, H - p_o \qquad (18)$$

En soustrayant membre à membre les équations (17) et (18), il vient :

$$h_m + \frac{1,2\, V_a^2}{2g} = h'_m \qquad (19)$$

Et, en introduisant cette expression dans (B), on trouve finalement :

$$\frac{h'_m}{1,2} = C Q^2 + \frac{v_a^2}{2g} \qquad (D)$$

Telle est l'équation caractéristique du mouvement qu'il convient d'employer dans la majorité des problèmes pratiques relatifs à l'aérage par ventilateur.

4. Valeurs pratiques à attribuer au coefficient C. — Il résulte de nombreuses expériences, que, s'il s'agit de tuyaux en fonte ou en fer, on peut admettre :

$$C = L \frac{309}{10^6} \frac{A}{S^3} \qquad (20)$$

Mais il faut se garder d'attribuer trop de confiance à cette valeur. Même s'il s'agit d'une conduite rectiligne, la nature des surfaces, le mode d'assemblage, la grandeur de A et de S influencent les valeurs de C. Le plus souvent, dans la pratique, les frottements dans les parties rectilignes des canalisations sont peu de chose à l'égard des autres frottements, et la valeur (20) ne donne plus d'indication sérieuse.

Dans ce cas, le mieux est de déterminer expérimentalement la valeur de C : Il suffit pour cela de constater quel est le volume Q débité sous une pression h'_m; on connaîtra tous les termes de l'équation (D), sauf C, que l'on calculera aisément.

Il nous paraît indispensable d'attirer encore l'attention sur la signification physique du terme C et de ses analogues.

Ce terme représente, en mètres, la perte de charge occasionnée par le passage de 1 m³ d'air à travers la canalisation, tandis que le terme CQ^2 représente la perte de charge engendrée par le passage du débit Q.

Le terme 1,2 C représente au contraire, en kilogrammes, la pression sur chaque mètre carré de section, nécessaire pour vaincre les frottements qui s'opposent au passage de 1 m³ d'air à travers la canalisation, tandis que le terme 1,2 C S représente la résistance totale qui s'oppose au passage de 1 m³ d'air à travers la canalisation.

Le terme 1,2 CQ^2 représente en kilogrammes la pression sur chaque mètre carré de section nécessaire pour vaincre les frottements qui s'opposent au passage des Q m³ d'air, et, par conséquent, le terme 1,2 SCQ^2 représente le nombre de kilogrammes qui s'opposent au mouvement des Q m³ d'air, du fait des frottements.

La résistance opposée au courant d'air par les frottements doit donc, comme toutes les résistances mécaniques, être exprimée par des kilogrammes ou par la hauteur d'une colonne de fluide faisant équilibre à cette résistance.

Cette notion scientifique a été remplacée, dans l'étude de l'aérage des mines, par d'autres conceptions, prétendûment plus concrètes ou plus pratiques.

Guibal a donné le nom de tempérament à l'inverse de la résistance de la mine. Cette appellation a été peu employée.

M. Murgue a créé l'orifice équivalent, notion qui a acquis et conservé une grande vogue auprès des ingénieurs des mines. L'orifice équivalent d'une mine est la section, en mètres carrés, de l'orifice en mince paroi tel que la même différence de pression y ferait passer, dans le même temps, le même volume d'air.

Quand un volume d'air passe à travers un orifice en mince paroi, aucun frottement ne s'oppose à son mouvement, ou tout au moins le frottement est négligeable. Si le débit obtenu dans cette circonstance diffère du débit théorique, la cause en réside avant tout dans le phénomène de la contraction de la veine.

Au contraire, le débit de l'air dans une mine est déterminé spécialement par l'importance des frottements.

Il ne peut y avoir aucun avantage à confondre deux phénomènes aussi différents.

§ 2. — Calcul des dimensions de la Turbine parallèle représentée par les fig. 15 et 16.

A. — EXPOSÉ GÉNÉRAL

1. Équations du mouvement (voir fig. 25). — Partageons en quatre phases le mouvement de chute suivant la verticale H :

1re phase : du niveau d'amont à la sortie du distributeur : chute h_1 ;

2me phase : variation de pression pendant la traversée du jeu : chute h'_1 ;

3me phase : traversée de l'aubage mobile : chute h_2 ;

4me phase : de la sortie de l'aubage mobile au niveau d'aval : chute h_3

1re phase. — Désignons par p_0 la pression de l'eau, et par v_a sa vitesse au sortir du distributeur. L'équation du mouvement pendant la 1re phase sera, conformément au § 1er de la première partie :

$$\frac{p_a}{1000} + h_1 = \frac{p_0}{1000} + \lambda_1 H + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \qquad (1)$$

Dans cette équation, le terme $\lambda_1 H$ exprime la perte de charge correspondante aux frottements, remous, et, en général, toutes pertes de force vive résultant de mouvements non prévus par la théorie.

2me phase. — Pendant le passage dans le jeu existant entre la couronne mobile et le distributeur, lequel jeu n'est pas représenté dans la fig. 25, la vitesse v_a se transforme en v'_a. Appelons p'_0 la pression correspondante à la pression v'_a, on aura, conformément au § 1er de la première partie :

$$h'_1 + \frac{p_0}{1000} = \frac{p'_0}{1000} + \lambda_2 H + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} \qquad (2)$$

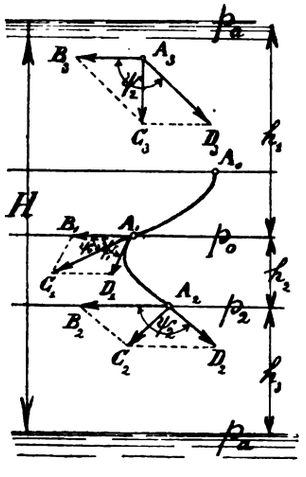


Fig. 25.

3me phase. — Au point A_1, la vitesse absolue $v'_a = A_1C_1$, se décompose en deux vitesses, l'une $\omega R = A_1B_1$ est la vitesse d'entraînement, et l'autre, $v_r = A_1D_1$ est la vitesse relative. Tandis que v'_a fait la tangente au cercle de rayon R un angle Ψ_o, v_r fait avec la même tangente un angle Ψ_1. Soit A_1A_2 le développement de la ligne moyenne du canal constitué par deux ailettes successives; le dernier élément de cette ligne fait avec l'horizontale un angle Ψ_2, qui détermine la direction A_2D_2 de la vitesse relative V_r au sortir des aubes mobiles. Cette vitesse relative se compose avec la vitesse d'entraînement $A_2B_2 = \omega R$, et il en résulte une vitesse absolue $A_2C_2 = V_a$.

L'équation du mouvement, sera, conformément au § 2 de la première partie :

$$\frac{p'_o}{1000} + h_2 = \lambda_3 H + \frac{p_2}{1000} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g}. \qquad (3)$$

p_2 désigne la pression de l'eau au sortir des ailes, et $\lambda_3 H$ mesure toutes les pertes de charge occasionnées par les travaux inutiles ou non prévus par l'équation (3).

4me phase. — L'équation du mouvement sera, conformément au § 1er de la première partie :

$$\frac{p_2}{1000} + h_3 = \frac{p_a}{1000} + \lambda_4 H + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} \qquad (4)$$

Additionnons les équations (1), (2), (3) et (4), il viendra :

$$H = H(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (5)$$

Posons maintenant :

$$\varepsilon H = H[1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4] + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

ε représentera la fraction de hauteur H qui reste disponible lorsqu'on a fait déduction de toutes les pertes de charge, et on pourra écrire :

$$\varepsilon H = \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (6)$$

Exprimons que, à l'entrée dans la couronne mobile, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative : Il viendra, d'après le triangle $A_1 B_1 C_1$:

$$v_r^2 = \omega^2 R^2 + v'^2_a - 2\omega R v'_a \cos\Psi_o$$

Et, en substituant cette dernière valeur dans (6), on aura :

$$\varepsilon H = -\frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} + \frac{2\omega R v_a \cos \Psi_o}{2g} \qquad (7)$$

Il conviendrait d'exprimer aussi, que, à la sortie des aubes mobiles, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, mais il est préférable d'ajouter à cette condition fondamentale une condition supplémentaire qui découle de l'existence du tube de continuité.

2. Condition supplémentaire exigée par la présence du tube de continuité. Première équation caractéristique du fonctionnement de la turbine. — Puisque la turbine est complétée par un tube de continuité dont l'axe est vertical, il est désirable que la vitesse absolue V_a soit verticale, car alors il n'y aura pas choc de l'eau contre le tube. On devra donc poser, d'après le triangle $A_3 B_3 C_3$:

$$V_r^2 = V_a^2 + \omega^2 R^2$$

Et, par conséquent, l'équation (7) devient :

$$\varepsilon H = \frac{\omega R v'_a \cos \Psi_o}{g} \qquad (A)$$

Telle est la première équation caractéristique du fonctionnement de la turbine.

3. Équations fondamentales. — Déterminons des équations qui contiennent une seule des deux vitesses v'_a et ωR renfermées dans l'équation (A).

A cet effet, observons que, d'après le triangle $A_1 B_1 C_1$, on a :

$$\frac{v'_a}{\sin \Psi_1} = \frac{\omega R}{\sin(\Psi_1 - \Psi_o)} \qquad (8)$$

En combinant les équations (8) et (A), on obtient les deux formules suivantes :

$$\omega R = \sqrt{\varepsilon g H} \sqrt{1 - \frac{tg\, \Psi_o}{tg\, \Psi_1}} \qquad (B)$$

$$v'_a = \sqrt{\varepsilon g H} \sqrt{\frac{tg\, \Psi_1}{tg\, \Psi_1 \cos^2 \Psi_o - \sin \Psi_o \cos \Psi_o}} \qquad (C)$$

Telles sont les deux relations fondamentales sur lesquelles repose le calcul de la turbine.

4. Turbine d'action ou turbine de réaction. — Jusqu'ici, les considérations établies n'ont pas permis d'attribuer une valeur quelconque aux angles Ψ_o et Ψ_1. Cherchons maintenant les conditions auxquelles doivent satisfaire ces angles.

Une première condition résulte de l'équation (B), dans laquelle la quantité algébrique placée sous le radical doit être positive, pour que la vitesse ωR puisse exister. On a donc :

$$1 - \frac{\operatorname{tg} \Psi_o}{\operatorname{tg} \Psi_1} > o$$

$$\text{d'où} \qquad \Psi_1 > \Psi_o \tag{9}$$

Une autre condition a également pour conséquence de fixer certaines limites aux angles considérés : C'est l'obligation d'éviter, soit les pertes d'eau motrice, soit les rentrées de l'eau extérieure dans la turbine.

Reportons-nous à la fig. 15 : Il existe de l'eau dans le jeu existant entre l'extérieur de la couronne mobile et le tube de continuité CC.

Or, une question se pose : Est-il désirable que cette eau possède une surpression grâce à laquelle elle puisse pénétrer dans l'aubage mobile, en même temps que l'eau motrice. Ou bien, est-il préférable que, au contraire, l'eau motrice possède une surpression par laquelle elle tende à se dégorger en pénétrant dans le jeu.

Cette question est résolue par les constructeurs de la manière suivante : Si le débit disponible est en excès, les pertes de travail résultant des remous causés par les rentrées d'eau sont plus à craindre que la diminution de rendement qui résulterait des pertes d'eau motrice par le jeu. Lorsqu'il en est ainsi, on proportionne les éléments de la turbine de manière à ce que l'eau s'y trouve en surpression à l'intérieur de l'aubage mobile.

Au contraire, si le débit est faible ou strictement mesuré, les pertes de débit seront particulièrement fatales au rendement, surtout si la chute est forte ; alors, il est bon d'établir une dépression à l'intérieur de l'aubage mobile.

Les turbines parallèles du type décrit fig. 25 ne sont applicables qu'en cas de chutes moyennes (3 à 10 mètres) et de débits moyens ou considérables. Il convient donc qu'elles fonctionnent à surpression.

Or, s'il existait un mouvement d'eau qui s'effectuerait dans le jeu, parallèlement au courant moteur, ce mouvement serait caractérisé par l'équation suivante, dans laquelle u désigne la vitesse à l'origine du mouvement :

$$\frac{p'_o}{1000} + \frac{u^2}{2g} + h_2 = \frac{p_2}{1000} + \frac{V_a^2}{2g} \tag{10}$$

La vitesse u ne peut exister ; il faut donc qu'elle soit nulle ou algébriquement imaginaire, ce qui se réalisera quand on aura :

$$\frac{p_2}{1000} + \frac{V_a^2}{2g} - \frac{p'_o}{1000} - h_2 \leqq o \tag{11}$$

Or, l'équation (3) peut s'écrire :

$$\frac{p_2}{1000} - \frac{p'_o}{1000} = h_2 - \lambda_3 H - \frac{V_r^2}{2g} + \frac{v_r^2}{2g}$$

ou, encore, en tenant compte de l'équation (6) :

$$\frac{p_2}{1000} - \frac{p'_o}{1000} = h_2 - \lambda_3 H - \varepsilon H - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{v'^2_a}{2g} \qquad (12)$$

On peut poser, avec une très grande approximation :

$$\varepsilon + \lambda_3 = 1$$

Dès lors, en introduisant la valeur (12) dans (11), il vient :

$$\frac{v'^2_a}{2g} < H \qquad (13)$$

Cette inégalité exprime que la surpression recherchée sera obtenue si la vitesse absolue de l'eau à l'entrée dans les aubes mobiles est inférieure à celle qui serait engendrée par une chute libre sur toute la hauteur H.

C'est pour cette raison que la dénomination « turbine de réaction » est synonyme de l'appellation « turbine à surpression ». Dans ces turbines, l'inégalité (13) le montre, les aubes réagissent sur l'eau, pour l'empêcher de prendre toute la vitesse que lui imprimerait la pesanteur.

Inversement, les turbines à dépression sont des turbines d'action ; elles pompent en quelque sorte l'eau et lui impriment une vitesse supérieure à celle qui résulterait d'une chute libre.

On appelle aussi turbines d'action celles dans lesquelles il n'existe en réalité ni surpression ni dépression. Telles sont, notamment, les turbines découvertes à libre déviation et les roues, dans lesquelles l'eau garde constamment la pression atmosphérique.

Revenons à la turbine spéciale qui fait l'objet du présent paragraphe. Puisque le fonctionnement par réaction est désiré, il faut satisfaire à l'inégalité (13). Si, dans cette inégalité, on introduit la valeur de v'_a fournie par la relation (G), il vient :

$$\operatorname{tg} \Psi_1 > \frac{\sin \Psi_o \cos \Psi_o}{\cos^2 \Psi_o - \frac{\varepsilon}{2}} \qquad (D)$$

Telle est la relation à laquelle doivent satisfaire les angles Ψ_1 et Ψ_o, indépendamment de la relation (9).

5. Relations volumétriques (fig. 15, 25 et 26). — Désignons par Δ l'épaisseur des aubes de la couronne mobile, et par z_1 le nombre des canaux, dont z seulement se trouvent ouverts lorsque la turbine fonctionne à plein, étant donné que le dispositif de vannage bouche un certain nombre de canaux, même lorsqu'il laisse ouverte la section de passage la plus grande possible.

Reportons-nous à la fig. 26. On y voit que chaque aube du distributeur, telle que *g d b c e h* se termine par une arête vive *h*, résultant d'une coupe *gh* faite sous un angle Ψ_1. D'autre part, chaque aube de la couronne mobile, telle que *l p t r q k* se termine également par une arête vive *l*, résultant d'une coupe faite sous l'angle Ψ_0.

Ces coupes ont pour but d'éviter que le passage de l'eau à travers le distributeur ne soit obstrué par l'épaisseur des aubes de la couronne mobile, et réciproquement.

A l'entrée de l'aubage mobile, le débit a pour expression :

$$Q = [2\pi R \frac{z}{z_1} \sin \Psi_1 - \Delta] k_1 v_r \qquad (14)$$

ou bien, comme on a :

$$\frac{v_r}{\sin \Psi_0} = \frac{\omega R}{\sin (\Psi_1 - \Psi_0)}$$

La relation (14) peut s'écrire :

$$Q = \left[2\pi R \frac{z}{z_1} - \frac{z\Delta}{\sin \Psi_1}\right] k_1 \frac{\sin \Psi_0 \sin \Psi_1}{\sin (\Psi_1 - \Psi_0)} \omega R \qquad (E)$$

A la sortie de l'aubage mobile, le même débit a pour expression :

$$Q = [2\pi R \frac{z}{z_1} \sin \Psi_2 - z\Delta] k_2 V_r$$

ou bien, comme on a :

$$\omega R = V_r \cos \Psi_2$$

on peut écrire :

$$Q = \left[2\pi R \frac{z}{z_1} - \frac{z\Delta}{\sin \Psi_2}\right] k_2 \operatorname{tg} \Psi_2 \, \omega R \qquad (F)$$

Les équations (E) et (F) sont deux nouvelles relations auxquelles doivent satisfaire les éléments de la turbine étudiée.

On pourrait y joindre une expression exprimant le débit au sortir du distributeur, mais cette équation ne pourrait avoir d'autre utilité que de permettre la détermination de la pression p_0 au sortir du distributeur, ce qui présente peu d'intérêt.

6. Tracé des aubes (fig. 26). — Les différentes équations qui ont été écrites s'appliquent à un filet d'eau coïncidant avec la ligne moyenne des canaux compris entre deux aubes consécutives, et, si l'on veut que la réalité réponde à cette hypothèse théorique, il faut faire en sorte que tous les filets d'eau compris entre deux aubes possèdent effectivement la direction prévue pour le filet moyen. Il faut, notamment, que tous les filets sortant du distributeur sous un angle Ψ_0, rencontrent effectivement les éléments d'aubes mobiles sous un angle Ψ_1.

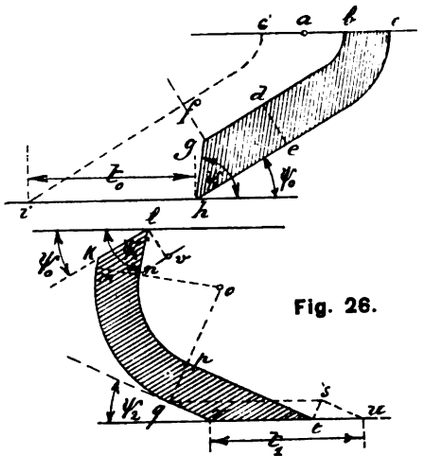


Fig. 26.

Le tracé ci-après satisfait à ces conditions.

Aubes du distributeur : Développons sur un plan l'intersection de la surface de ces aubes avec le cylindre de rayon R. Il est d'usage de donner au distributeur $z_1 + 1$ aubes, lorsque l'aubage mobile en a z_1, afin de favoriser la mise en train de la turbine. Soit $ih = t_0$ le pas de l'aubage. Menons *he* faisant un angle Ψ_0 avec l'horizontale, et *gh* faisant un angle Ψ_1. Traçons d'autre part *gd* parallèle à *he*, à une distance $de - \Delta$; on obtient ainsi le point *g*. Abaissons de *g* une perpendiculaire *gf* sur la direction *if* parallèle à *he*. Le point *f* marquera un point à partir duquel l'aube peut cesser d'être rectiligne.

Aubes de la couronne mobile : Soit $t_1 = ru$ le pas de l'aubage mobile. Menons les droites *kl* et *ln* faisant avec l'horizontale, respectivement, les angles Ψ_0 et Ψ_1. Soit *nv* une parallèle à *kl*, et située à une distance de celle-ci égale à la distanec *fg* ; le point *n* marquera le point où la paroi *ln* peut se raccorder par un cercle avec la ligne *pt* faisant un angle Ψ_2 avec l'horizontale.

Le point *p* doit se trouver sur la perpendiculaire *oq* menée sur la direction *qr* parallèle à *pt*. Quant au point *q*, sa position est déterminée par les conditions suivantes : Il faut que $pq = \Delta$, et que le point *q* soit situé sur l'horizontale menée par le point *s*, ce dernier point étant obtenu en menant une perpendiculaire *st* sur la direction *su* parallèle à *pt*.

Après quelques tâtonnements, il est aisé de trouver les profils *k q r* et *l n p t* répondant à ces conditions : Le rayon *op* doit être tel que la courbure de l'aube ne soit pas trop brusque.

7. Rendement théorique. — Le rendement théorique, c'est à dire le rapport entre la puissance réellement transmise aux aubes et la puissance théorique maximum dont la chute est capable, a pour expression :

$$m = \frac{q\,Q \times \varepsilon\,H}{Q\,H} = q\varepsilon$$

q étant un coefficient exprimant la fraction du débit Q qui passe effectivement à travers l'aubage mobile, lorsqu'il a été fait déduction des pertes provenant des fuites à travers le jeu.

8. Rendement effectif. — Le rendement effectif est le rapport entre la puissance réellement transmise à l'arbre de la turbine et la puissance théorique maximum. Il a pour expression :

$$m_e = o \times \frac{qQ \times \varepsilon H}{QH} = oq\varepsilon$$

o étant un coefficient qui exprime la fraction de puissance restant disponible, lorsque déduction a été faite du travail absorbé par les frottements de l'arbre de la turbine dans sa crapaudine et dans ses guides.

B. — EXEMPLE DE CALCUL

Calculer une turbine du type décrit fig. 15, lorsque le débit est de 1 m³ par seconde et la hauteur de chute 6 mètres.

On adoptera, comme chiffres caractérisant les pertes diverses de travail et d'eau motrice, les chiffres suivants :

$$\varepsilon = 0{,}75 \qquad q = 0.98 \qquad o = 0{,}96 \qquad m_e = \varepsilon q o = 0{,}70.$$

Les inconnues à déterminer sont au nombre de neuf, à savoir : R, k_1, k_2, ω, z, Δ, Ψ_0, Ψ_1 et Ψ_2. Or, la théorie fournit seulement trois équations (B), (E) et (F) renfermant ces inconnues. Le problème est donc susceptible d'une infinité de solutions. Dégageons une de ces solutions, en nous imposant six conditions supplémentaires, à savoir :

1°, Prenons $R = 0^m75$;

2°, Adoptons une épaisseur $\Delta = 8^{mm}$;

3°, Posons $z_1 = 48$, et supposons que le vannage obstrue huit canaux, lorsqu'il ouvre le plus grand nombre possible de sections;

4° et 5°, Adoptons $\varphi_0 = 30°$ et $\varphi_1 = 60°$: Ces angles assurent le fonctionnement par réaction, tout en conduisant à une valeur relativement petite pour ωR, ce qui est désirable en vue de diminuer les pertes de charge;

6°, Soit $\Psi_2 = 30°$; La valeur assignée à cet angle est assez petite afin de diminuer autant que possible la vitesse de sortie, et de restreindre ainsi le choc de l'eau évacuée, contre l'eau occupant le tube diffusoir.

Les calculs peuvent être conduits comme suit :

1. Puissance théorique. — $N_t = \frac{1000 \times 6}{75} = 80$ chevaux-vapeur.

2. Puissance effective transmise à l'arbre. — $N_e = 80 \times 0{,}70 = 56$ chevaux-vapeur.

3. Calcul du nombre de tours. — En appliquant l'équation (B), on trouve : $\omega R = 5^m42$, d'où $\omega = 7^m23$ et $n = 70$ tours par minute.

4. Calcul de k_1. — En appliquant l'équation (E), on trouve : $k_1 = 60^{mm}$.

5. Calcul de k_2. — En appliquant l'équation (F), il vient $k_2 = 98^{mm}$.

6. Détermination de la hauteur h_2. — Cette hauteur est fixée par tâtonnement. Elle doit être suffisamment grande pour que l'on puisse exécuter le tracé des aubes selon la méthode indiquée plus haut.

§ 3. — Calcul des dimensions de la turbine B (Turbine centripète du type américain).

A. — EXPOSÉ GÉNÉRAL

1. Équations du mouvement (Voir fig. 27). — En vue d'établir ces équations, nous partagerons en quatre phases le mouvement de chute suivant la verticale de longueur H.

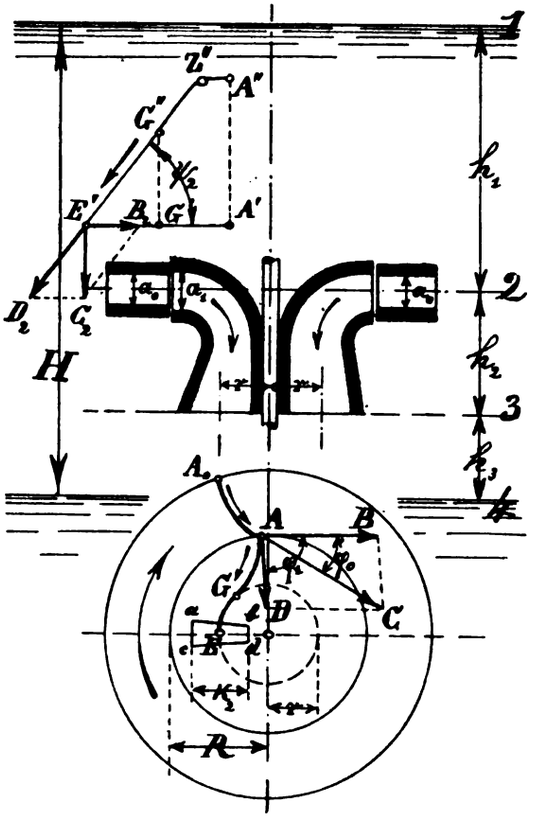
1re phase: Du niveau d'amont à la sortie du distributeur : chute h_1 ;

2e phase: Variation de pression pendant la traversée du jeu : chute nulle ;

3e phase: Traversée de l'aubage mobile : chute h_2 ;

4e phase: De la sortie de l'aubage mobile au niveau d'aval : chute h_3.

Fig. 27.



1re phase. — Désignons par p_o la pression de l'eau, et par v_a sa vitesse au sortir du distributeur. L'équation du mouvement pendant la 1re phase sera, conformément au § 1 de la 1re partie :

$$\frac{p_a}{1000} + h_1 = \frac{p_o}{1000} + \lambda_1 H + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \quad (1)$$

Dans cette équation, le terme $\lambda_1 H$ exprime la perte de charge correspondante aux frottements, remous, et, en général, toutes pertes de force vive résultant de mouvements non prévus par la théorie.

2e phase. — Pendant le passage dans le jeu existant entre le distributeur et la couronne mobile, il n'y a pas de chute, mais cependant la vitesse v_a se transforme en v'_a parce que les sections offertes au passage de l'eau se modifient. Appelons p'_o la pression correspondante à la vitesse v'_a; on aura, conformément au § 1 de la 1re partie :

$$\frac{p_o}{1000} = \frac{p'_o}{1000} + \lambda_2 H + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} \quad (2)$$

Dans cette équation, $\lambda_2 H$ exprime la perte de charge provenant des forces vives non prévues par la théorie.

3e phase. — Au point A, la vitesse absolue $v'_a = AC$ se décompose en deux vitesses, l'une $\omega R = AB$ est la vitesse d'entraînement, et l'autre $v_r = AD$ est la vitesse relative. Tandis que v'_a fait avec la tangente au cercle de rayon R un angle φ_0, v_r fait avec la même tangente un angle φ_1.

La ligne moyenne du canal formé par deux aubes consécutives de la couronne mobile est une courbe gauche située sur une surface cylindrique dont les génératrices verticales s'appuient sur la courbe AGE. Lorsque cette surface cylindrique est développée en un plan vertical, le tracé de cette courbe gauche est représenté par A''G''E'. Le dernier élément de ce tracé fait avec l'horizontale un angle Ψ_2 qui détermine la direction $E'D_2$ de la vitesse relative V_r au sortir des aubes mobiles. Cette vitesse relative se compose avec la vitesse d'entraînement $E'B_2 = \omega r$, et il en résulte une vitesse absolue $E'C_2 = V_a$.

L'équation du mouvement pendant la 3e phase sera, conformément au § 2 de la 1re partie :

$$\frac{p'_0}{1000} + h_2 = \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \lambda_3 H + \frac{p_2}{1000} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (3)$$

p_2 désigne la pression de l'eau au sortir des ailes, et $\lambda_3 H$ mesure la perte de charge occasionnée par tous les travaux, inutiles ou non prévus, qui s'effectuent à l'intérieur de la couronne mobile.

4e phase. — L'équation du mouvement sera, conformément au § 1 de la 1re partie :

$$\frac{p_2}{1000} + h_3 = \frac{p_a}{1000} + \lambda_4 H + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} \qquad (4)$$

Additionnons les équations (1), (2), (3) et (4), il viendra :

$$H = H(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (5)$$

Posons maintenant :

$$\varepsilon H = H[1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4] + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

ε représente la fraction de la hauteur H qui reste disponible lorsqu'on a fait déduction de toutes les pertes de charge, et on pourra écrire :

$$\varepsilon H = \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (6)$$

Exprimons que, à l'entrée dans la couronne mobile, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et la vitesse relative, il viendra, d'après le triangle ABC :

$$v_r^2 = \omega^2 R^2 + v'^2_a - 2\omega R v'_a \cos\varphi_0$$

Et, en substituant cette dernière valeur dans (6), on aura :

$$\varepsilon H = -\frac{\omega^2 r^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} + \frac{2\omega R v'_a \cos\varphi_0}{2g} \qquad (7)$$

Il conviendrait aussi d'exprimer que, à la sortie des aubes mobiles, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, mais il est préférable d'ajouter à cette condition fondamentale une condition supplémentaire qui découle de l'existence du tube de continuité.

1. Condition supplémentaire exigée par la présence du tube de continuité. Première équation caractéristique du fonctionnement de la turbine.

Puisque la turbine est complétée par un tube de continuité dont l'axe est vertical, il est désirable que la vitesse absolue V_a soit verticale, car alors il n'y aura pas choc de l'eau contre le tube. On devra donc avoir, d'après le triangle $E'D_2C_2$:

$$V_r^2 = V_a^2 + \omega^2 r^2$$

Et, par conséquent, l'équation (7) devient :

$$\varepsilon H = \frac{\omega R v'_a \cos\varphi_0}{g} \qquad (A)$$

Telle est la première équation caractéristique du fonctionnement de la turbine.

3. Équations fondamentales. — Déterminons des équations qui contiennent une seule des deux vitesses v'_a et ωR renfermées dans l'équation (A).

A cet effet, observons que, d'après le triangle $E'D_2C_2$, on a :

$$\frac{v'_a}{\sin\varphi_1} = \frac{\omega R}{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)} \qquad (8)$$

En combinant les équations (8) et (A), ont obtient les deux formules suivantes :

$$\omega R = \sqrt{\varepsilon g H}\sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi_0}{\operatorname{tg}\varphi_1}} \qquad (B)$$

$$v'_a = \sqrt{\varepsilon g H}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_1\cos^2\varphi_0 - \sin\varphi_0\cos\varphi_0}} \qquad (C)$$

Telles sont les deux relations fondamentales sur lesquelles repose le calcul de la turbine.

4. Turbine d'action ou turbine à réaction. — La turbine décrite fig. 27 étant particulièrement adaptée à des chutes moyennes et des débits moyens ou considérables, il est désirable qu'elle fonctionne par surpression ou réaction, ainsi que nous l'avons exposé au paragraphe précédent.

Si l'on suit, en tous points, les considérations exposées dans ce paragraphe, on aboutit aux deux inégalités suivantes :

$$\varphi_1 > \varphi_0 \tag{9}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 > \frac{\sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0 - \frac{\varepsilon}{2}} \tag{D}$$

5. Relations volumétriques. (Voir fig. 27 et 28.) — Il reste maintenant à exprimer que les sections offertes au passage de l'eau sont suffisantes pour assurer le débit Q, lorsque les diverses vitesses sont celles qui sont fixées par les précédentes équations.

A cet effet, désignons par Δ l'épaisseur des aubes dans la couronne mobile et par z_1 le nombre de ces aubes. Reportons-nous à la fig. 28. On y voit que chaque aube du distributeur, telle que *a f g b* se termine par une arête vive *g*, résultant d'une coupe *fg* faite sous un angle φ_1. D'autre part, chaque aube de la couronne mobile, telle que *i k n m*, se termine également par une arête vive *i* résultant d'une coupe faite sous un angle φ_0.

Ces coupes ont pour but d'éviter que le passage de l'eau à travers le distributeur ne soit obstrué par l'épaisseur des aubes de la couronne mobile, et réciproquement.

A l'entrée de l'aubage mobile, le débit a pour expression :

$$Q = (2\pi R \sin \varphi_1 - z_1 \Delta)\, a_1 v_r \tag{14}$$

ou bien, comme on a :

$$\frac{v_r}{\sin \varphi_0} = \frac{\omega R}{\sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

La relation (14) peut s'écrire :

$$Q = \left[2\pi R - \frac{z_1 \Delta}{\sin \varphi_1}\right] a_1 \frac{\sin \varphi_0 \sin \varphi_1}{\sin (\varphi_1 - \varphi_0)}\, \omega R \tag{E}$$

A la sortie de l'aubage mobile, le même débit a pour expression :

$$Q = [2\pi r \sin \Psi_2 - z_1 \Delta]\, k_2 V_r$$

ou bien, comme on a :

$$\omega r = V_r \cos \Psi_2$$

on peut écrire :

$$Q = \left[2\pi r - \frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_2} \right] k_2 \operatorname{tg} \Psi_2 \, \omega r \qquad \text{(F)}$$

Les équations (E) et (F) sont deux nouvelles relations auxquelles doivent satisfaire les éléments de la turbine étudiée.

On pourrait encore y joindre une équation exprimant le débit au sortir du distributeur, mais cette équation ne pourrait avoir d'autre utilité que de permettre la détermination de la pression p_o au sortir du distributeur, ce qui présente peu d'intérêt.

6. Tracé des aubes. (Voir fig. 28.) — Les différentes équations qui ont été écrites s'appliquent à un filet d'eau coïncidant avec la ligne moyenne des canaux compris entre deux aubes consécutives, et, si l'on veut que les conditions réelles répondent à cette hypothèse théorique, il faut faire en sorte que tous les filets d'eau compris entre deux aubes possèdent effectivement la direction prévue pour le filet moyen. Il faut, notamment, que tous les filets, sortant du distributeur sous un angle φ_o rencontrent effectivement sous un angle φ_1 les premiers éléments d'aubes mobiles.

Le tracé ci-après satisfait à ces conditions.

Soit ii' le cercle extérieur de la couronne mobile ayant pour rayon la longueur R. Traçons le cercle hh' ayant un rayon égal à $R + 2^{mm}{,}5$, et le cercle gg' ayant un rayon $R + 5^{mm}$. De cette façon, le cercle gg' sera le cercle intérieur du distributeur, et il existera entre les deux couronnes un jeu de 5 millimètres.

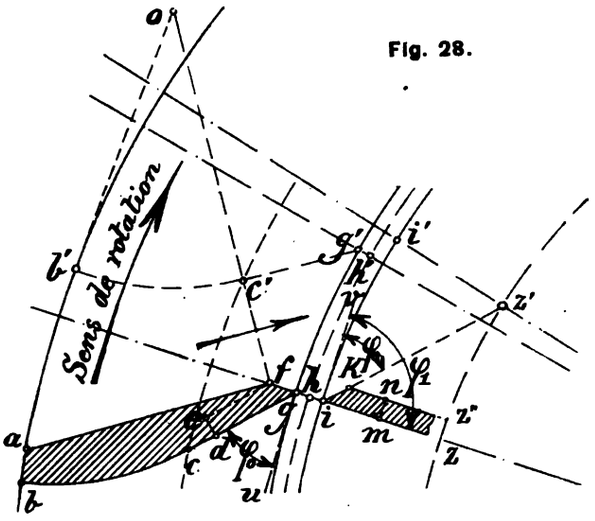


Fig. 28.

Prenons une longueur ii' égale au pas de l'aubage, c'est à dire $ii' = \frac{2\pi R}{z_1}$, et, par i, menons une droite iz' faisant un angle φ_o avec la tangente iv. Menons aussi la droite iz faisant avec la tangente iv un angle φ_1, et une droite kn, parallèle à iz, située à une distance de celle-ci égale à $mn = \Delta$. On obtiendra ainsi le profil $mikn$ du premier élément des aubes mobiles ; les lignes kn et im sont parallèles jusqu'à

leur rencontre avec le cercle $z'z$ mené par le point z' : Ce dernier point est déterminé par la rencontre de iz' avec la droite $i'z'$ représentant le flanc de l'aube consécutive à iz.

L'axe du canal formé par deux aubes consécutives, dont le développement est représenté dans la fig. 27 par la ligne A''Z''G''E', se composera donc d'une première portion horizontale $A''Z'' = i'z' = iz$.

La continuation de cette courbe, c'est à dire Z''G''E', se tracera de manière à satisfaire une seule condition, à savoir qu'elle coupe l'horizontale sous un angle Ψ_2. Il faudra, pour cela, adopter une hauteur h_2 suffisante pour que les deux extrémités de la courbe E'G''Z''A'' se raccordent par une partie progressivement arrondie.

Il est d'usage de donner au distributeur une aube de plus qu'à la couronne mobile, parce que cette disposition favorise la mise en train de la turbine. Soit donc gg' le pas de l'aubage du distributeur. Menons une droite gd faisant un angle φ_0 avec la tangente gu, et une droite fg faisant avec la même tangente un angle égal à φ_1. Soit ed une longueur égale à Δ, et menons ef parallèle à dg ; nous déterminerons ainsi le point f. Soit maintenant $c'g'$ une droite analogue à cg ; si, du point f, nous menons une perpendiculaire fc' sur la direction $c'g'$, nous déterminerons un point à partir duquel le flanc d'une aube du distributeur pourra cesser d'être une ligne droite. Traçons maintenant un arc de cercle tangent à $c'g'$ et coupant normalement le cercle extérieur de la couronne mobile ; enfin, pointons le point b analogue au point b'. Menons, d'autre part, af parallèle à $c'g'$. On obtiendra ainsi le profil $abcdghfa$ d'une aube du distributeur : Ce profil sera tel que tous les filets sortant d'un même canal couperont effectivement sous un angle uniforme les premiers éléments des aubes mobiles.

7. Rendement théorique. — Voir paragraphe précédent.

8. Rendement effectif. — Voir paragraphe précédent.

B. -- EXEMPLE DE CALCUL

Calculer une turbine du type décrit fig. 17, lorsque le débit est de 1 m³ par seconde, et la hauteur de chute 6 mètres.

On adoptera, comme chiffres caractérisant les pertes diverses de travail ou d'eau motrice, les chiffres suivants :

$$\varepsilon = 0{,}75 \qquad q = 0{,}90 \qquad o = 0{,}96 \qquad m_e = \varepsilon q o = 0{,}70$$

Les inconnues à déterminer sont au nombre de dix, à savoir : R, r, a_1, k_2, ω, z_1, Δ, φ_1, φ_0, Ψ_2, et, par conséquent, nous devons disposer de dix relations algébriques. Or, la théorie nous fournit seulement trois équations, à savoir les équations (B), (E) et (F). Il existe donc une infinité de turbines

capables de s'adapter aux conditions du problème ; mais, en réalité, certaines conditions indiquées par le bon sens ou l'intuition limitent le choix à quelques solutions véritablement avantageuses.

Voici sept conditions que nous nous imposons :

1°, Nous adoptons une épaisseur $\Delta = 8^{mm}$;

2°, Nous posons $z_1 = 16$, parce qu'un premier calcul approximatif nous a fait reconnaitre qu'un nombre d'aubes plus grand a pour conséquence de rétrécir outre mesure les canaux formés par les aubes ;

3° et 4°, Pour déterminer φ_0 et φ_1, nous nous inspirons des considérations suivantes : D'une part, il serait désirable, en vue d'obtenir une forte surpression, de donner à φ_1 une très grande valeur par rapport à φ_0, mais en agissant dans ce sens, on obtient des turbines d'un diamètre fort petit, et présentant par conséquent une grande résistance de passage. Il est préférable, pensons-nous, sans sacrifier le fonctionnement par réaction, d'adopter pour φ_1 et φ_0 des valeurs telles que ωR tiré de l'équation (B), soit aussi petit que possible. Nous adoptons pour cela $\varphi_0 = 30°$ et $\varphi_1 = 60°$. Dans ces conditions, l'équation (B) devient :

$$\omega R = \sqrt{\frac{2}{3}\,\varepsilon g H} \qquad (15)$$

Au surplus, l'inégalité (D) est satisfaite.

5°, Nous fixons à $1^{m}50$ par seconde la vitesse absolue de l'eau au sortir de la turbine, et cela, afin d'éviter des frottements exagérés de l'eau évacuée, contre le tube diffusoir.

6°, Du fait de la disposition adoptée, on a : $r = \frac{d + k_2}{2}$, d étant égal au diamètre de l'arbre augmenté de deux fois l'épaisseur du manchon qui l'entoure.

7°, Nous acceptons qu'il est désirable d'avoir $R = \frac{d}{2} + k_2$, en nous basant sur l'analogie de forme avec des turbines centripètes réputées.

Nous disposons donc maintenant de sept relations supplémentaires qui, jointes aux trois équations fondamentales, nous permettront de déterminer les dix inconnues. Voici comment les calculs peuvent être conduits :

1. **Puissance théorique.** — $N_t = \frac{1000 \times 6}{75} = 80$ chevaux-vapeur.

2. **Puissance effective transmise à l'arbre.** — $N_e = 80 \times 0{,}70 = 56$ chevaux-vapeur.

3. **Calcul de d.** — Un calcul préliminaire montre que la turbine fera au moins 80 révolutions par minute, ce qui nous permet d'adopter 110^{mm} pour diamètre de l'arbre. Nous fixons à 24^{mm} l'épaisseur du manchon. On a donc :

$$r = 79^{mm} + \frac{k_2}{2} \qquad (16)$$

et $$R = 79^{mm} + k_2$$

4. **Calcul de ωR.** — En appliquant l'équation (15), on trouve $\omega R = 5^{m}42$.

5. **Calcul de k_2, r et R.** — Prenons l'équation (F), en observant que, en vertu de la condition 5°, on a $\omega r \operatorname{tg} \Psi_2 = 1^{m}50$; cette équation devient, en y introduisant la valeur de r donnée par (16) :

$$Q = \left[2\pi\left(79 + \frac{k_2}{2}\right) - \frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_2}\right] k_2 \times 1^{m}50 \qquad (17)$$

L'équation (17) contient deux inconnues, à savoir k_2 et Ψ_2; mais l'élimination de Ψ_2 nous conduirait à de grandes complications. Mieux vaut procéder par approximations successives. A cet effet, négligeons d'abord, dans l'équation (17), le terme $\frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_2}$ qui représente la perte de section due à l'épaisseur des aubes. On aura une équation du deuxième degré en k_2, d'où on tirera $k_2 = 390^{mm}$, et, par suite, $r = 264^{mm}$ et $R = 469^{mm}$.

D'autre part, puisque :

$$\omega r \operatorname{tg} \Psi_2 = 1^{m}{}_{50} \qquad (18)$$

et

$$\omega R = 5^{m}{}_{42} \qquad (19)$$

En divisant (18) par (19), on trouve $\operatorname{tg} \Psi_2 = 0{,}47$, d'où $\Psi_2 = 25°$.

Connaissant cette valeur de Ψ_2, résolvons de nouveau l'équation (17) par rapport à k_2, mais en conservant cette fois le terme $\frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_2}$: On trouve $k_2 = 432^{mm}$, et, par conséquent, $r = 295^{mm}$ et $R = 511^{mm}$. En recommençant le calcul de Ψ_2, il vient $\Psi_2 = 27°$. Cette valeur étant peu différente de $\Psi_2 = 25°$, on peut considérer les valeurs de k_2, r et R comme définitives.

6. Calcul de ω. — De la valeur $\omega R = 5^{m}{}_{42}$, on tire $\omega = 10^{m}{}_{61}$, d'où $n = 102$ tours par minute.

7. Calcul de a_1. — En appliquant, enfin, l'équation (E), on trouve $a_1 = 70^{mm}$.

8. Détermination de h_2 et des courbes AGE et A″Z″G″E′. — On commencera par déterminer la longueur horizontale A″Z″, par la construction indiquée fig. 28 où $i'z' =$ A″Z″. On trace ensuite une droite G″E′ inclinée sur l'horizontale de $\Psi_2 = 27°$, et se raccordant avec la partie horizontale A″Z″. On effectuera ce tracé de manière que A′A″ soit le plus petit possible. $h_2 =$ A′A″. On connaîtra ainsi A′E′, qui est précisément le développement de AGE. En tâtonnant, on fera aisément le tracé AGE, GE étant une partie commune avec la circonférence de rayon r. Si la courbe AGE avait un développement trop grand, il serait bon de recommencer tout le calcul en adoptant une vitesse supérieure à $1^{m}{}_{50}$.

§ 4. — Calcul des dimensions de la turbine centripète, à libre déviation, représentée par la fig. 18.

A. — EXPOSÉ GÉNÉRAL.

1. Équations du mouvement. (Voir fig. 27.) — Partageons en trois phases le mouvement de chute suivant la verticale H.

1re phase : Du niveau d'amont à la sortie du distributeur : chute h_1, cette hauteur étant mesurée jusqu'à l'axe de la turbine, afin de prendre la moyenne des hauteurs correspondant aux deux distributeurs placés symétriquement par rapport à l'axe.

2e phase : Traversée du jeu : chute nulle.

3e phase : Traversée de l'aubage mobile : chute moyenne h_3, h_3 étant la distance verticale de l'axe de la turbine au niveau d'aval.

1re phase. — Désignons par p_o la pression de l'eau, et par v_a sa vitesse au sortir du distributeur. L'équation du mouvement sera :

$$\frac{p_o}{1000} + h_1 = \frac{p_o}{1000} + l_1 j_1 + \lambda_1 H + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \qquad (1)$$

Dans cette équation, le terme $l_1 j_1$ représente la perte de charge occasionnée par les frottements dans la conduite d'amenée, celle-ci étant supposée avoir une longueur l_1. Le terme $\lambda_1 H$ représente les autres pertes de charge.

2e phase. — L'équation du mouvement sera :

$$\frac{p_o}{1000} = \frac{p'_o}{1000} + \lambda_2 H + \frac{v'^2_a}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} \qquad (2)$$

3e phase. — On aura :

$$\frac{p'_o}{1000} = \lambda_3 H + \frac{p_a}{1000} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad (3)$$

Additionnons membre à membre les équations (1), (2), (3), (4), il viendra :

$$H - h_3 = l_1 j_1 + H(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{v'^2_a}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (4)$$

Posons :

$$H[1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3] + \frac{u_1^2}{2g} = \varepsilon H \qquad (5)$$

L'équation (4) pourra donc s'écrire :

$$\varepsilon H - h_3 - l_1 j_1 = \frac{v'^2_a}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (6)$$

Exprimons que, à l'entrée de la couronne mobile, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, il viendra, d'après le triangle ABC :

$$v_r^2 = \omega^2 R^2 + v'^2_a - 2\omega R v'_a \cos \varphi_o \qquad (7)$$

Et, en substituant la valeur (7) dans (6) :

$$\varepsilon H - h_3 - l_1 j_1 = -\frac{\omega^2 r^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} + \frac{2\omega R v'_a \cos \varphi_o}{2g} \qquad (8)$$

Il conviendrait aussi d'exprimer que, à la sortie des aubes mobiles, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, mais il est préférable de combiner avec cette condition, une condition supplémentaire ayant pour effet de rendre le rendement aussi élevé que possible.

2. Condition supplémentaire établie en vue d'un bon rendement. Première équation caractéristique du fonctionnement de la turbine. — Dans l'étude générale du rendement des turbines, il a été montré que le rendement de la turbine dont nous nous occupons est d'autant plus élevé que la vitesse absolue V_a est plus petite.

Si la vitesse relative $V_r = E'D_2$ était égale et directement opposée à la vitesse d'entraînement $E'B_2 = \omega r$, la vitesse V_a serait nulle, mais, en même temps, les dimensions de la turbine auraient à être infinies, pour que le volume Q pût être débité.

Il n'est donc pas possible d'annuler complètement la vitesse V_a, et on se contente de faire ce qui est nécessaire pour diminuer cette vitesse dans la mesure des exigences de la pratique. Ce résultat est obtenu, si l'on s'impose les deux conditions ci-après, qui ont pour conséquence de transformer en un losange le parallélogramme $D_2E'C_2E_2$ (*).

$$\omega r = V_r \tag{9}$$

$$\Psi_2 = 20° \text{ à } 30° \tag{10}$$

Dès lors, l'équation (8) devient :

$$\varepsilon H - h_3 - l_1 j_1 = \frac{\omega R v'_a \cos \varphi_0}{g} \tag{A}$$

3. Equations fondamentales. — Déterminons des équations qui contiennent une seule des vitesses renfermées dans l'équation (A).

On trouve :

$$\omega R = \sqrt{g(\varepsilon H - h_3 - l_1 j_1)} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi_1}} \tag{B}$$

$$v'_a = \sqrt{g(\varepsilon H - h_3 - l_1 j_1)} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_1 \cos^2 \varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0}} \tag{C}$$

Telles sont les deux relations fondamentales sur lesquelles repose le calcul de la turbine.

(*) Souvent, ces conditions sont appliquées aux turbines à mouvement continu. C'est le résultat d'une mauvaise application des principes. Quand le mouvement d'une turbine est continu, d'autres conditions sont de nature à élever le rendement.

4. Turbine d'action. — Notons d'abord que la turbine ne pourra effectivement tourner que si la valeur (B) est algébriquement réelle, c'est à dire si l'on a :

$$\varphi_1 > \varphi_o \qquad (D')$$

De plus, puisque le débit est, par hypothèse, extrêmement restreint, il est désirable qu'aucune fraction de ce débit ne puisse s'échapper par le jeu existant entre le distributeur et les ailettes. Cette condition sera obtenue si l'on a :

$$p'_o = p_a \qquad (13)$$

De l'équation (3), on tire :

$$\frac{p'_o}{1000} - \frac{p_a}{1000} = \lambda_3 H + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad (11)$$

ou bien, en tenant compte de l'équation (6), et en posant approximativement $\varepsilon + \lambda_3 = 1$

$$\frac{p'_o}{1000} - \frac{p_a}{1000} = H - l_1 j_1 - h_3 - \frac{v'^2_a}{2g} \qquad (12)$$

Par conséquent, l'égalité (13) peut s'écrire :

$$\frac{v'^2_a}{2g} = H - h_3 - l_1 j_1 \qquad (14)$$

Si, dans l'équation (14), on introduit la valeur de v_a tirée de l'équation (C), il vient :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin \varphi_o \cos \varphi_o}{\cos^2 \varphi_o - K} \qquad (D)$$

Expression dans laquelle on a :

$$K = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon H - (h_3 + l_1 j_1)}{H - (h_3 + l_1 j_1)} \qquad (D')$$

Lorsqu'on attribue à φ_1 une valeur plus petite que celle fixée par l'équation (D), on a, algébriquement, $p_o < p_a$; toutefois, ce résultat est physiquement impossible, car la veine d'eau étant plongée dans l'atmosphère et entourée de toute part de la pression atmosphérique, il est impossible que sa pression devienne inférieure à celle du milieu où elle est plongée.

Rien n'empêche, du reste, d'adopter une valeur de φ_1 inférieure à celle fournie par l'équation (D); les équations fondamentales (B) et (C) continuent à être applicables, seulement la vitesse absolue v'_a restera celle qui est définie par l'équation (14).

5. Relations volumétriques. — Dans les turbines à haute chute, il est nécessaire de limiter l'entrée de l'eau à z canaux sur z_1, afin d'éviter des dimensions trop

exiguës. De plus, les constructeurs créent des ouvertures dans la couronne mobile, afin d'assurer que l'air atmosphérique soit au contact de la veine. Par conséquent, il faut que chaque canal possède une section transversale beaucoup plus forte que celle de la veine qui y passe : Tel est le trait caractéristique de la *libre déviation*.

Soit $\frac{1}{s}$ la fraction de la section transversale des canaux, effectivement remplie d'eau. Pour qu'il en soit ainsi, le distributeur doit être tracé, théoriquement, comme si les canaux de l'aubage mobile fonctionnaient à plein, sauf à réduire, en fait, les ouvertures obtenues, dans le rapport $\frac{1}{s}$. Le terme $\frac{1}{s}$ s'appellera utilement coefficient de remplissage.

A l'entrée dans l'aubage mobile, le débit aura pour expression :

$$Q = \frac{1}{s}\left[2\pi R \frac{z}{z_1} \sin \varphi_1 - z\Delta\right] a_1 v_r \tag{15}$$

ou bien :

$$Q = \frac{1}{s}\left[2\pi R \frac{z}{z_1} - \frac{z\Delta}{\sin \varphi_1}\right] a_1 \frac{\sin \varphi_0 \sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)} \omega R \tag{E}$$

A la sortie de l'aubage mobile, le même débit a pour expression, si l'on désigne par $\frac{1}{s'}$ le coefficient de remplissage.

$$Q = \frac{1}{s'}\left[2\pi r \frac{z}{z_1} \sin \Psi_2 - z\Delta\right] k_2 V_r$$

ou bien, comme on a :

$$V_r = \omega r$$

$$Q = \frac{1}{s'}\left[2\pi r \frac{z}{z_1} - \frac{z\Delta}{\sin \Psi_2}\right] k_2 \omega r \sin \Psi_2 \tag{F}$$

6. Tracé des aubes. — Voir paragraphe précédent.

7. Rendement théorique. — Appliquons l'équation (31) de la première partie, en remarquant que $\frac{u_1^2}{2g}$ est négligeable et que :

$$H - h = h_3$$

$$v_2 = V_a$$

$$\frac{J_i}{\delta} = H(1 - \varepsilon) + l_1 j_1$$

on aura :

$$m = \varepsilon - \frac{h_3 + \frac{V_a^2}{2g} + l_1 j_1}{H} \tag{16}$$

8. Rendement effectif. — On a $m_e = m \times o$, o étant un coefficient qui exprime la fraction de puissance restant disponible sur l'arbre, lorsque déduction a été faite du travail absorbé par les frottements de l'arbre dans ses coussinets.

B. — EXEMPLE DE CALCUL

Calculer les dimensions d'une turbine du type fig. 18, capable d'utiliser 200 litres d'eau par seconde sous une chute de 80 mètres.

Adoptons $h_3 = 2^{m}00$, $\varepsilon = 0{,}750$, et calculons la perte de charge $l_1 j_1$ engendrée par la canalisation d'amenée. Supposons que cette canalisation ait 85 mètres de longueur et que la vitesse de l'eau y soit 1 mètre par seconde environ. Cette vitesse sera obtenue si on fixe le diamètre du tuyau à $0^{m}500$. En appliquant les formules données au § 1 de la 3e partie, on trouve :

$$l_1 j_1 = \frac{l_1 Q^2}{10^6} \cdot \frac{3600}{D^5} = \frac{85 \times (0.2)^2}{10^6} \cdot \frac{3600}{[0{,}5]^5} = 0^{m}40$$

Fixons à 5 mètres par seconde la vitesse absolue de l'eau à la sortie de la turbine : Cette valeur très élevée étant choisie afin d'éviter que les dimensions de la turbine ne soient exagérées. Du reste, vu la forte chute dont il s'agit, l'influence d'une vitesse aussi grande sur la diminution du rendement ne sera pas excessive. Si l'on applique la formule (16), il vient, en effet, $m = 0{,}750 - 0{,}045 = 0{,}70$. Prenons en outre $me = 0{,}70 \times 0{,}95 = 0{,}66$.

Les inconnues à déterminer sont au nombre de treize, à savoir : R, r, a_1, k_2, ω, z_1, z, s, s', Δ, φ_0, φ_1, Ψ_2. Or, seules, les équations (B), (E), (F) et (D) contiennent ces inconnues. Il existe donc une infinité de solutions, dont nous dégagerons une seule, en nous assignant les neuf conditions supplémentaires ci-après :

1°, $\Delta = 8^{mm}$;

2°, Remarquons que l'on a $r = \frac{d + k_2}{2}$, d étant égal au diamètre de l'arbre augmenté de deux fois l'épaisseur de son manchon. Donnons à d une valeur très forte, afin que le nombre d'aubes puisse être aussi grand que possible, tout en laissant aux ouvertures de sortie une largeur suffisante. Soit $d = 600^{mm}$, alors on pourra adopter la condition 3° ci-après ;

3°, $z_1 = 40$;

4°, Posons $\varphi_0 = 30°$;

5°, Soit $\Psi_2 = 30°$;

6°, Fixons à cinq mètres par seconde la vitesse absolue de l'eau au sortir de l'aubage mobile ;

7°, Imposons-nous la relation $a_1 = \frac{1}{2} k_2$;

8°, Adoptons $\frac{1}{s'} = \frac{1}{3}$;

9°, Prenons $z = 4$, de façon à ce qu'il y ait, pour chaque demi-turbine et de chaque côté de l'axe, deux orifices d'injection de l'eau.

Les calculs peuvent être conduits comme suit :

1. Puissance théorique. — $N_t = \frac{200 \times 80}{75} = 213{,}33$ chevaux-vapeur.

2. Puissance effective. — $N_e = 0{,}66\ N_t = 140{,}80$ chevaux-vapeur.

3. Calcul de φ_1. — En appliquant l'équation (*D*), on trouve $\varphi_1 = 48^\circ 30'$.

4. Calcul de r. — Prenons l'équation (F), et introduisons-y les conditions $z_1 = 40$, $z = 4$, $s = 3$, $Q = 0^{m3}100$, $\Delta = 8^{mm}$, $r = 300^{mm} + \frac{k_2}{2}$, $V_a = 2\omega r \sin \frac{\Psi_2}{2}$, $V_a = 5^m00$, on obtiendra une équation du deuxième degré contenant r comme seule inconnue. On en tire $r = 446^{mm}$, d'où $k_2 = 292^{mm}$.

5. Calcul de ω.— De la relation $V = 2\omega r \sin \frac{\Psi_2}{2}$, on tire $\omega r = 21^m64$, et $n = 207$ tours par minute.

6. Calcul de R. — En appliquant l'équation (B), on trouve $\omega R = 16^m70$, d'où $R = 0^m770$.

7. Calcul du coefficient de remplissage s. — Introduisons dans l'équation (E) toutes les valeurs actuellement connues ; on en déduit $\frac{1}{s} = \frac{1}{12,5}$.

§ 5. — Calcul des dimensions à donner aux pompes centrifuges mixtes.

A. — EXPOSÉ GÉNÉRAL

1. Équations du mouvement. (Voir fig. 29.) — En vue d'établir ces équations, nous partageons en trois phases le mouvement d'élévation suivant la hauteur verticale H.

1re phase : Du niveau d'aval à l'entrée dans l'aubage mobile : Hauteur moyenne d'élévation h_1 ; parcours l_1.

2e phase : Mouvement de l'eau dans l'aubage mobile : Hauteur d'élévation nulle.

3e phase : Depuis la sortie de l'aubage mobile jusqu'au niveau amont : Hauteur moyenne h_2 ; parcours l_2.

Remarquons d'abord que le travail effectif à transmettre par les aubes à l'eau est donnée par la relation :

$$1000\, QH' = Q\left[H + l_1 j_1 + \frac{J_i}{1000} + l_2 j_2\right] \times 1000 \qquad (1)$$

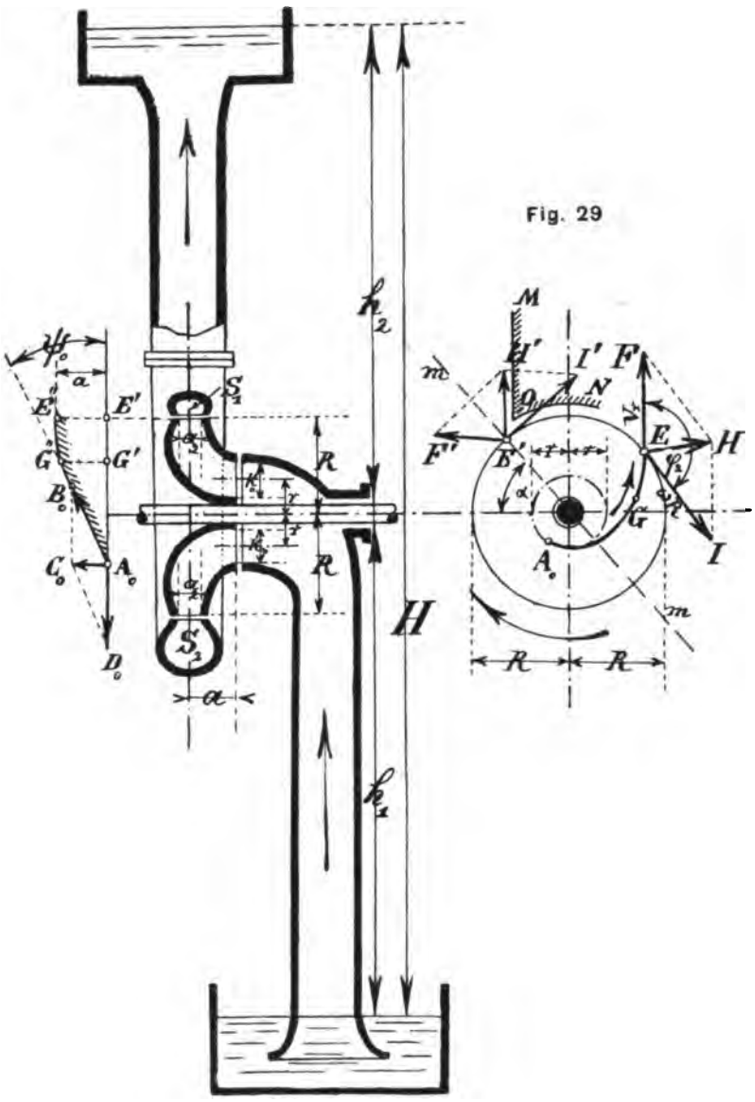
$l_1 j_1$ et $l_2 j_2$ représentent, respectivement, les pertes de charges causées par le frottement de l'eau dans le tuyau d'aspiration et dans le tuyau de refoulement, et $\frac{J_i}{1000}$ désigne la perte de charge occasionnée par la résistance propre de la pompe, celle-ci étant assimilée sous ce rapport à une portion de tuyau.

L'équation (1) peut aussi s'écrire, d'après le § 1 de la 3e partie :

$$H' = H + (C + C')\, Q^2 \qquad (2)$$

en y joignant les relations : $\frac{J_e}{1000} = CQ^2 = l_1 j_1 + l_2 j_2$ (3)

$$C'Q^2 = \frac{J_i}{1000} \quad (4)$$



1re phase. — Désignons par p_o la pression de l'eau et par v_a sa vitesse à l'entrée dans les aubes mobiles. L'équation du mouvement pendant la 1re phase sera :

$$\frac{p_a}{1000} - h_1 = \frac{p_o}{1000} + \lambda_1 H' + l_1 j_1 + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \quad (5)$$

Le terme $\lambda_1 H'$ représente les pertes de charges dues à l'imperfection du fonctionnement de la pompe.

2e phase. — Soit A_oGE la projection de la ligne moyenne du canal compris entre 2 aubes consécutives; cette ligne moyenne est tracée sur une surface cylindrique dont les génératrices, horizontales, s'appuient sur la courbe A_oGE, et, développée sur un plan, elle est représentée par $E''G''A_o$.

A l'entrée dans l'aubage mobile, l'eau possède une vitesse horizontale $v_a = A_oC_o$, qui se décompose en une vitesse d'entraînement $A_oD_o = \omega r$, et une vitesse relative $A_oB_o = v_r$. Au sortir des aubes, cette vitesse est devenue $V_r = EF$, et elle se compose avec la vitesse d'entraînement $IE = \omega R$, de manière à former la vitesse absolue $V_a = HE$.

L'équation du mouvement, pendant la 2e phase, sera, conformément au § 3 de la 1re partie :

$$\frac{p_o}{1000} + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} = \lambda_2 H' + \frac{J_i}{1000} + \frac{p_2}{1000} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (6)$$

Le terme $\lambda_2 H'$ désigne la perte de charge occasionnée par l'imperfection du du fonctionnement de la pompe.

3e phase. — L'équation du mouvement sera, conformément au § 2 de la 1re partie :

$$\frac{p_2}{1000} - h_2 = \frac{p_a}{1000} + \lambda_3 H' + l_2 j_2 + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} \qquad (7)$$

Le terme $\lambda_3 H'$ exprime les pertes de charge autres que celles résultant du frottement dans la conduite de refoulement, et qui proviennent de l'imperfection du fonctionnement de la pompe.

Additionnons les équations (5), (6) et (7), membre à membre ; il viendra :

$$-H + \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) H' + l_1 j_1 + l_2 j_2 + \frac{J_i}{1000} + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_r^2}{2g} - \frac{v_r^2}{2g} \qquad (8)$$

Posons $$1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \varepsilon$$

L'équation (8) pourra s'écrire :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} + \frac{V_a^2}{2g} - \frac{V_r^2}{2g} + \frac{v_r^2}{2g} = \varepsilon[H + (C + C')Q^2] \qquad (9)$$

Exprimons maintenant que, à l'entrée dans le couronnement mobile, la vitesse

absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, il viendra, d'après le triangle $A_0B_0C_0$:

$$v_r^2 = v_a^2 + \omega^2 r^2$$

Dès lors, l'équation (9) peut s'écrire, en négligeant les termes $\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$, dont la différence est toujours très petite.

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g} + \frac{V_a^2}{2g} - \frac{V_r^2}{2g} = \varepsilon [H + (C + C') Q^2] \qquad (10)$$

Il conviendrait d'exprimer également que, à la sortie des aubes mobiles, la vitesse absolue est la résultante de la vitesse d'entraînement et de la vitesse relative, mais, en réalité, il convient d'ajouter à cette condition fondamentale une condition supplémentaire qui découle de l'existence d'une enveloppe spiraloïde terminée par un diffusoir.

2. Condition supplémentaire exigée par la présence de l'enveloppe et du diffusoir. Première équation caractéristique du fonctionnement de la pompe.

Soit *mm* le diamètre, incliné de α sur l'horizontale, qui détermine la position du point E' où commence l'enveloppe spiraloïde, et la position OM de la face verticale du diffusoir. Il est désirable que la masse d'eau sortant des aubes mobiles au point E', soit projetée parallèlement à OM, afin d'éviter les chocs.

Lorsque le point E occupe la position E', il faut donc que E'H' soit verticale. Telle est la condition supplémentaire que nous nous imposons en raison de l'existence d'une enveloppe et d'un diffusoir.

Pour que cette condition soit réalisée, il suffit que l'angle H'E'I' = HEI = α. Si donc on désigne par φ_2 l'angle de V_r avec ωR, on aura :

$$\frac{V_r}{\sin \alpha} = \frac{V_a}{\sin \varphi_2} = \frac{\omega R}{\sin (\varphi_2 - \alpha)}$$

D'où :

$$V_r = \omega R \frac{\sin \alpha}{\sin (\varphi_2 - \alpha)} \qquad (11)$$

$$V_a = \omega R \frac{\sin \varphi_2}{\sin (\varphi_2 - \alpha)} \qquad (12)$$

En substituant les valeurs (11) et (12) dans (10), il vient :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g} \left[1 + \frac{\sin^2 \varphi_2 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 (\varphi_2 - \alpha)} \right] = \varepsilon [H + (C + C') Q^2] \qquad (A)$$

Telle est la première équation caractéristique du fonctionnement des pompes centrifuges.

3. Relations volumétriques. — Il reste maintenant à exprimer que les sections offertes au passage de l'eau sont suffisantes pour assurer le débit Q, lorsque les diverses vitesses sont celles qui sont déterminées par les précédentes équations.

Désignons par Δ l'épaisseur des aubes et par z_1 leur nombre.

A l'entrée dans l'aubage mobile, le débit a pour expression :

$$Q = [2\pi r \sin \Psi_o - z_1 \Delta]\, k_o\, v_r$$

ou bien comme :

$$\omega r = v_r \cos \Psi_o$$

$$Q = \left(2\pi r - \frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_o}\right) k_o \omega r \operatorname{tg} \Psi_o \qquad \text{(B)}$$

A la sortie, le même débit devient :

$$Q = [2\pi R \sin \varphi_2 - z_2 \Delta]\, a_2 V_r$$

ou bien :

$$Q = \left(2\pi R - \frac{z_1 \Delta}{\sin \varphi_2}\right) a_2\, \omega R \frac{\sin \alpha \sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha)} \qquad \text{(C)}$$

Les équations (B) et (C) constituent deux nouvelles équations caractéristiques du fonctionnement des pompes centrifuges.

4. Rendement théorique. — Le rendement théorique, c'est à dire le rapport entre la puissance théorique nécessaire pour élever l'eau et la puissance à transmettre réellement aux aubes en vue d'obtenir cette puissance théorique, a pour expression :

$$m = \frac{1000\, Q\, [H + CQ^2]}{1000\, Q \varepsilon\, [H + (C + C')\, Q^2]}$$

ou bien :

$$m = \frac{1}{\varepsilon} \frac{1 + \dfrac{CQ^2}{H}}{1 + \dfrac{(C + C')\, Q^2}{H}} \qquad (13)$$

L'expression (13) montre que, en général, le rendement d'une pompe varie selon la résistance de la canalisation à laquelle elle est appliquée : cependant, lorsque les termes $\frac{CQ^2}{H}$ et $\frac{C'Q^2}{H}$ sont négligeables, ce qui arrive toujours quand les cana-

lisations d'aspiration et de refoulement n'ont pas grande longueur et que les dimensions de la pompe sont assez fortes, la valeur du rendement théorique devient pratiquement :

$$m = \frac{1}{\varepsilon}$$

Cette dernière expression ne peut pas s'appliquer aux très petites pompes, car leur résistance propre peut représenter une fraction notable de la hauteur d'élévation.

5. Rendement effectif. — Le rendement effectif, c'est-à-dire le rapport entre le travail théorique nécessaire pour élever l'eau et le travail à transmettre à l'arbre de la pompe, a pour expression :

$$m_e = o \times m$$

o étant un coefficient exprimant la fraction de puissance restant disponible sur l'arbre de la pompe lorsqu'il a été fait déduction de la puissance absorbée par les frottements de l'arbre dans ses coussinets.

B. — EXEMPLE DE CALCUL

Soit à calculer une pompe du système représenté par les fig. 22, 23, 24 et 29, et capable d'élever par seconde 2 m³ d'eau à la hauteur de 6 mètres.

On suppose négligeable la résistance des tuyaux et la résistance propre de la pompe, et on adopte les coefficients $\varepsilon = 1{,}40$; $o = 0{,}96$; $m_e = \frac{0{,}96}{1{,}40} = 0{,}70$.

Les inconnues à déterminer sont au nombre de 10, à savoir R, r, k_0, a_2, ω, z, Δ, φ_2, α, Ψ_0, et, puisque la théorie fournit seulement 3 équations, (A) (B) (C) contenant ces inconnues, il existe en principe une infinité de solutions. Toutefois, on peut dégager l'une d'entre elles, si l'on s'impose 7 conditions supplémentaires. Nous acceptons comme avantageuses les conditions ci-après qui, pour la plupart, pourraient évidemment être remplacées par d'autres.

1°, Adoptons une épaisseur $\Delta = 8^{mm}$;

2°, Nous posons $z_1 = 16$, parce qu'un premier calcul approximatif fait reconnaître qu'un nombre d'aubes plus grand conduirait à rétrécir outre mesure les sections des canaux mobiles;

3° et 4°, Angles φ_2 et α. Les valeurs de ces angles interviennent d'une façon assez compliquée dans la grandeur des dimensions de la pompe, car d'une part, elles fixent ωR en vertu de l'équation (A), et, d'autre part, elles interviennent encore dans l'équation (C). Nous avons adopté les valeurs $\varphi_2 = 60°$ et $\alpha = 30°$, qui sont favorables à l'obtention de dimensions aussi fortes que possible et par conséquent, tendent à diminuer la résistance propre de la pompe.

Pour ces valeurs spéciales, l'équation (A) devient :

$$\frac{3}{2}\ \frac{\omega^2 R^2}{g} = \varepsilon H$$

5°, En vertu de la disposition adoptée, on a $r = \frac{d + k_0}{2}$, d étant le diamètre de l'arbre augmenté deux fois l'épaisseur du manchon qui l'entoure.

6°, La vitesse absolue v_a est limitée à $1^{m}50$ par seconde.

7°, Nous nous imposons la relation géométrique :

$$R = 1{,}10 \left[\frac{d}{2} + k_0\right]$$

Cela posé, voici comment les calculs peuvent être conduits.

1. Puissance théorique à développer. — $N_t = \frac{2000 \times 6}{75} = 160$ chevaux-vapeur.

2. Puissance effective à transmettre à l'arbre de la pompe — $N_e = \frac{160}{0{,}70} = 229$ chevaux-vapeur.

3. Calcul de d. — Un examen préliminaire fait reconnaître que la pompe effectuera au moins 100 révolutions par minute, ce qui conduit à adopter 140 millimètres pour le diamètre de l'arbre. En fixant à 24^{mm} l'épaisseur du manchon qui entoure cet arbre, on aura $\frac{d}{2} = 94^{mm}$, et, par suite :

$$r = 94^{mm} + \frac{k_0}{2}$$

$$R = 103^{mm} + 1{,}10\, k_0$$

4. Calcul de ωR. — L'équation (A) donne $\omega R = 7400^{mm}$.

5. Calcul de k_0, R et r. — En introduisant dans l'équation (B) toutes les valeurs actuellement connues, on obtient l'équation suivante :

$$Q = \left[2\pi\left(94 + \frac{k_0}{2}\right) - \frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_0}\right] k_0 \times 1500 \qquad (14)$$

L'équation (14) contient deux inconnues, à savoir k_0 et Ψ_0, mais l'élimination de k_0 conduirait à de grandes complications. Mieux vaut procéder par approximations successives. A cet effet, négligeons d'abord le terme $\frac{z_1 \Delta}{\sin \Psi_0}$ qui représente la perte de section due à l'épaisseur des aubes. On aura alors une équation du deuxième degré en k_0, d'où on tire $k_0 = 37{,}8^{mm}$, $r = 283^{mm}$, $R = 519^{mm}$.

Il viendra :

$$\omega r \operatorname{tg} \Psi_0 = 1^{m}50 \qquad (15)$$

$$\omega R = 7^{m}04 \qquad (16)$$

Et en divisant (15) par (16), on trouve $\operatorname{tg} \Psi_0 = 1{,}38$ d'où $\Psi_0 = 21°$.

Connaissant cette valeur de Ψ_0, résolvons de nouveau l'équation (14) par rapport à k_0, mais

en conservant le terme $\frac{z_1\Delta}{\sin\Psi_o}$: On trouve $k_o = 426^{mm}$, $r = 307^{mm}$, $R = 572^{mm}$. Et, en recommençant avec ces valeurs le calcul de φ_2, on trouve $\varphi_2 = 21°$. Les dernières valeurs de k_o, r et R sont donc définitives.

6. **Calcul de** ω. — De la valeur $\omega R = 7^{m}40$, on tire $\omega = 12{,}93$, d'où $n = 124$ tours par minute.

7. **Calcul de** a_2. — En introduisant dans l'équation (C) toutes les valeurs actuellement connues, il vient $a_2 = 45^{mm}$.

8. **Détermination de a, et des courbes A_oGE et $A_oG''E''$.**— On commencera par construire la courbe $A_oG''E''$, en traçant une ligne A_oG'' inclinée de Ψ_o sur A_oE', puis on se donnera $E'E'' = a$, cette longueur étant choisie de manière à obtenir un profil sans courbure trop accentuée. On connaîtra ainsi la longueur $A_oE'_o$, qui doit être égale au développement de la courbe A_oGE. Il sera facile de tracer cette courbe, par tâtonnement, en tenant compte de ce qu'elle coïncide à l'origine avec le cercle de rayon r et se termine en faisant un angle φ_2 avec la tangente au cercle de rayon R.

N. B. — Il est à remarquer que les ailes sont courbées dans le sens du mouvement.

9. **Calcul des sections de l'enveloppe spiraloïde.** — La section S en un point E, distant de l'origine E' d'un arc EE', doit être égale à $\frac{Q}{V_a} \times \frac{\text{arc } EE'}{2\pi}$.

En E', la section d'origine du diffusoir sera prise égale à $\frac{Q}{V_a}$.

§ 6. — Dimensions à donner aux ventilateurs centrifuges mixtes

A. — EXPOSÉ GÉNÉRAL

1. Equation caractéristique du fonctionnement des ventilateurs centrifuges. — La fig. 29 qui a servi à représenter une pompe centrifuge représente également un ventilateur centrifuge ; seulement, les deux réservoirs d'eau deviendront deux réservoirs d'air atmosphérique, dont l'inférieur possède une pression p_a et le supérieur une pression $p_a + 1{,}2H$.

Sauf cette modification, toutes les équations écrites pour les pompes centrifuges s'adaptent aux ventilateurs centrifuges, à condition de remplacer la densité 1000, par le poids $1^{k}2$ d'un mètre cube d'air à 15 degrés centigrades. On suppose donc l'air incompressible, ce qui donne lieu à une erreur insignifiante, du moment qu'il s'agit des faibles surpressions que l'on rencontre pratiquement à l'intérieur des ventilateurs.

L'équation caractéristique du mouvement des ventilateurs centrifuges est par conséquent :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g}\left[1 + \frac{\sin^2\varphi_2 - \sin^2 a}{\sin^2(\varphi_2 - a)}\right] = \varepsilon\,[C + C']\,Q^2 \qquad (1)$$

Or, nous avons vu dans l'étude du mouvement de l'air à l'intérieur d'une canalisation sous l'influence d'un ventilateur, que, si h_m désigne, en millimètres d'eau, la surpression que l'air gagne par son passage à travers le ventilateur, on a, d'une façon toute générale :

$$\frac{h_m}{1.2} = CQ^2 - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} \qquad (2)$$

En combinant (1) et (2), il vient :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g}\left[\frac{\sin^2\varphi_2 - \sin^2\alpha}{\sin^2(\varphi_2 - \alpha)}\right] - \varepsilon\left[\frac{V_a^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g}\right] = \varepsilon\left[\frac{h_m}{1.2} + C'Q^2\right] \qquad (A)$$

Telle est l'équation caractéristique recherchée. Elle montre que la surpression engendrée par un ventilateur centrifuge dépend non seulement de ses dimensions, et du nombre de tours, mais encore d'un coefficient ε, qui mesure l'imperfection du fonctionnement du ventilateur, et, en outre, de la résistance propre du ventilateur.

2. Relations volumétriques. — Ces relations sont les mêmes que celles qui ont été établies pour les pompes. Dans le cas où il y a dégorgement par z canaux seulement, sur z_1, ces équations se transforment comme suit :

$$Q = \left[2\pi\frac{z}{z_1}r - \frac{z\Delta}{\sin\Psi_o}\right] k_o\omega r \operatorname{tg}\Psi_o \qquad (B)$$

$$Q = \left[2\pi\frac{z}{z_1}R - \frac{z\Delta}{\sin\varphi_2}\right] a_2\omega R\,\frac{\sin\alpha\sin\varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha)} \qquad (C)$$

3. Rendement théorique. — Le rendement théorique est le rapport entre la puissance nécessaire pour vaincre les résistances de la canalisation, et la puissance à transmettre aux aubes :

$$m = \frac{CQ^3}{\varepsilon[C + C']Q^3} = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{1}{1 + \frac{C'}{C}} \qquad (3)$$

Cette expression montre que le rendement théorique dépend à la fois du terme $\frac{1}{\varepsilon}$ qui mesure la perfection du fonctionnement du ventilateur, et du rapport entre la résistance propre du ventilateur et celle de la canalisation.

Exemple : Soit un ventilateur dont le fonctionnement est caractérisé par le terme $\varepsilon = 1{,}40$, et dont la résistance propre est mesurée, pour 1^{m3}, par la perte de charge $C' = 0^{m}020$.

Adaptons ce ventilateur à une canalisation dont la résistance est mesurée par une perte de charge $C = 0^{m}060$, pour $1\ m^3$; le rendement théorique sera :

$$m = \frac{1}{1{,}40} \frac{1}{1 + \frac{0{,}020}{0{,}060}} = 0{,}538$$

Adaptons le même ventilateur à une canalisation dont la résistance est la même que celle du ventilateur, soit $C = 0^{m}020$, on aura :

$$m = \frac{1}{1{,}40} \frac{1}{1 + \frac{0{,}020}{0{,}020}} = 0{,}357$$

Ce simple exemple montre bien que le rendement théorique ne peut rendre compte de la perfection d'un ventilateur, puisqu'un même ventilateur donne des rendements très différents selon la canalisation à laquelle il est appliqué. Cependant, si la résistance de la canalisation est très grande par rapport à celle du ventilateur, le rendement manométrique peut être très voisin du terme $\frac{1}{\varepsilon}$ qui exprime le degré de perfection du fonctionnement du ventilateur.

4. Comparaison des ventilateurs entre eux. — Supposons qu'un ventilateur ait été construit, en appliquant les principes théoriques développés plus haut. Comment déterminera-t-on s'il vaut mieux que tel ou tel autre ventilateur existant ?

Un moyen, souvent usité, consiste à comparer le travail théorique de la ventilation au travail « indiqué » par le moteur, mais ce moyen présente l'inconvénient de fournir un renseignement global sur les imperfections du ventilateur et celles du moteur à vapeur qui l'active. D'ailleurs, les chiffres ne sont comparables que si les expériences ont été faites sur des canalisations de même résistance.

Si l'on veut réellement dégager la valeur propre du ventilateur, il est indispensable de déterminer les termes ε et C'.

Cette détermination repose sur deux catégories d'expériences :

1re catégorie : Dans les conditions normales, on détermine h_m, Q et ω, ce qui permet d'établir l'équation (A) ;

2e catégorie : On met l'ouïe du ventilateur et le diffuseur en communication aussi directe que possible avec l'atmosphère, et on détermine le volume Q' cor-

respondant à un nombre de tours ω'. Dans ces conditions, on peut poser $C = o$ et l'équation (1) peut s'écrire :

$$\frac{\omega'^2 R^2}{2g}\left[1 + \frac{\sin^2\varphi_2 - \sin^2 a}{\sin^2(\varphi_2 - a)}\right] = \varepsilon C' Q'^2 \qquad (4)$$

Cette équation, jointe à l'équation (A), permettra de déterminer les deux inconnues ε et C'. On connaîtra donc simultanément le degré de perfection $\frac{1}{\varepsilon}$ et la résistance propre mesurée par la perte de charge C'.

Cette méthode suppose que le degré de perfection $\frac{1}{\varepsilon}$ reste le même dans les deux catégories d'expérience, ce qui, en principe, est fautif; mais, pratiquement, les expériences de cette nature sont toujours grossières, et il serait illusoire de rechercher plus de précision.

On remarquera que la détermination expérimentale des coefficients ε et C' comporte l'application des formules théoriques : Or, chaque système de ventilateur est caractérisé par une formule spéciale ; on conçoit donc combien sont compliquées les recherches ayant pour but de comparer des ventilateurs de systèmes différents, et, si l'on réfléchit aux incertitudes que présentent le mesurage du débit et des pressions, on ne sera pas étonné que les connaissances pratiques au sujet de la valeur respective des divers systèmes de ventilateurs soient fort embrouillées.

Quoi qu'il en soit, on peut considérer comme définitivement acquis que la résistance propre des ventilateurs constitue souvent une fraction notable de celle de la canalisation, et on peut estimer que les meilleurs ventilateurs centrifuges ont un coefficient d'imperfection ε voisin de 1,40.

Ces constatations de fait expliquent la différence qu'il y a lieu de créer entre l'étude des pompes centrifuges et celle des ventilateurs centrifuges.

Dans les pompes centrifuges, on ne tient jamais compte de la résistance propre de la pompe, parce que cette résistance est presque toujours négligeable, eu égard à l'importance du travail nécessaire pour l'élévation de l'eau. Ce travail n'a pas son correspondant dans les ventilateurs centrifuges, car le travail nécessaire pour élever le niveau de l'air est détruit par la diminution de pression atmosphérique.

5. Rendement manométrique. — Reprenons l'équation (A), et appliquons-la à un ventilateur idéal dont la perfection serait complète, et dont la résistance propre serait nulle. Dans ces hypothèses, $\varepsilon = 1$ et $C' = 0$. Par conséquent, l'équation (A) devient :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g}\left[1 + \frac{\sin^2\varphi_2 - \sin^2 a}{\sin^2(\varphi_2 - a)}\right] - \frac{V_a^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} = H_m \times \frac{1}{1.2} \qquad (5)$$

H_m, ainsi défini, constitue ce que l'on appelle la dépression théorique, et le rapport $\frac{h_m}{H_m}$ prend le nom de rendement manométrique.

Les rendements manométriques de deux ventilateurs ne peuvent servir à les comparer, à moins que ces rendements n'aient été constatés sur des canalisations d'égale résistance.

M. Murgue a créé en outre la notion de rapport manométrique, qui est le rapport $\frac{h_m}{H'_m}$, H'_m étant donné par la relation :

$$H'_m = \frac{1.2}{g} \omega^2 R^2 \qquad (6)$$

Lorsque la dépression théorique H_m ne coïncide pas avec cette valeur H'_m, la notion de rapport manométrique ne présente aucun intérêt au point de vue de la connaissance du degré de perfection d'un ventilateur.

6. Rendement effectif. — Ce rendement, m_e, est le rapport entre la puissance absorbée par le frottement de l'air dans la canalisation, et la puissance transmise par le moteur à l'arbre du ventilateur :

$$m_e = o \times m$$

o étant un coefficient exprimant la fraction de puissance qui reste disponible sur l'arbre du ventilateur lorsqu'il a été fait déduction de la fraction de puissance absorbée par le frottement de l'arbre dans ses coussinets.

B. — CALCUL D'UN VENTILATEUR A DÉGORGEMENT TOTAL

Soit à calculer un ventilateur du système décrit par la fig. 29. Le dégorgement de l'air s'effectue sur tout le pourtour de la circonférence de rayon R, de sorte que OM représente la paroi verticale du diffusoir, et l'enveloppe spiraloïde commence également en O.

On admet en outre que le ventilateur est placé à l'extrémité de la canalisation, de sorte que l'équation du mouvement dans la canalisation, conformément au § 1er de la 3e partie est :

$$\frac{h'_m}{1.2} = CQ^2 + \frac{v_a^2}{2g} \qquad (D)$$

h'_m désigne donc la différence $p_a - p_o$, le manomètre étant supposé avoir une de ses branches dans l'atmosphère et l'autre dans l'ouïe.

Dans ces conditions spéciales, l'équation caractéristique (A) prend la forme :

$$\frac{\omega^2 R^2}{2g}\left[1 + \frac{\sin^2\varphi_2 - \sin^2\alpha}{\sin^2(\varphi_2 - \alpha)}\right] + \varepsilon\frac{v_a^2}{2g} = \varepsilon\left[\frac{h'_m}{1.2} + C' Q^2\right] \qquad (A')$$

Soit à réaliser un débit Q = 20 m³, sachant que la dépression h'$_m$ constatée expérimentalement quand ce débit est réalisé, est h'$_m$ = 20 mm.

Calculons d'abord la perte de charge C qui mesure la résistance de la canalisation. Cette perte de charge se déduirait de l'équation (D), si on connaissait v_a, vitesse actuellement inconnue. Heureusement, le terme $\frac{v_a^2}{2g}$ est toujours très petit par rapport à CQ^2, et on ne commettra pas grande erreur en attribuant à v_a une valeur approximative.

Adoptons $v_a = 5^m,00$, on trouvera $C = 0^m,039$.

Il faut fixer également une valeur à C'. Le ventilateur dont il s'agit étant très petit, il n'est pas exagéré, pensons-nous, de lui attribuer une résistance égale à 50 % de celle de la canalisation. Soit donc $C' = 0,020$.

Acceptons également les coefficients $\varepsilon = 1,40$ et $o = 0,96$.

Les inconnues à déterminer sont au nombre de 10, à savoir R, r, k_0, a_2, ω, z_1, Δ, φ_2, α et Ψ_0. Or, la théorie fournit seulement 3 équations (A'), (B) et (C) contenant ces inconnues. Il existe donc en principe une infinité de solutions. Toutefois, une seule d'entre elles se dégagera si l'on s'impose 7 conditions supplémentaires. Voici les 7 conditions que nous avons adoptées :

1°, $\Delta = 5$ mm;

2°, $z_1 = 24$: Ce chiffre est assez élevé afin d'être certain que toute la masse d'air passant dans un canal suivra une trajectoire coïncidant avec l'axe du canal;

3° et 4°, Angles φ_2 et α. D'après les considérations qui nous ont guidé lors du calcul d'une pompe centrifuge, adoptons $\varphi_2 = 60°$ et $\alpha = 30°$. Alors les ailes sont courbées dans le sens du mouvement, et l'équation (A') devient :

$$\frac{3}{2}\,\frac{\omega^2 R^2}{g} = \varepsilon\left[\frac{h'_m}{1.2} + C'Q^2 - \frac{v_a^2}{2g}\right] \qquad (7)$$

5°, Nous nous imposons $a_2 = 0,7\,k_0$. (9)

6°, Nous remarquons que $r = \frac{d + k_0}{2}$, d étant égal au diamètre de l'arbre augmenté de deux fois l'épaisseur du manchon qui entoure cet arbre.

7°, Nous nous imposons la relation $R = \frac{d}{2} + k_0$.

Nous pouvons maintenant déterminer les 10 inconnues en suivant la marche suivante :

1. Puissance théorique. — $N_t = \frac{1,2\,CQ^3}{75} = 4,99$ chevaux-vapeur.

2. Calcul du rendement théorique et du rendement effectif. — En appliquant la formule (3), on trouve $m = 0,48$, et, par suite $m_e = 0,48 \times 0,96 = 0,46$.

3. Puissance effective à transmettre à l'arbre. $N_e = \frac{N_t}{0,46} = 10,86$ chevaux-vapeur.

4. Calcul de ωR. — En appliquant l'équation (7) avec $v_a = 5^m,00$, on trouve $\omega R = 14^m,70$.

5. Calcul de d. — Adoptons comme diamètre de l'arbre $d_0 = 100^{mm}$, et fixons à 24^{mm} l'épaisseur du manchon qui entoure cet arbre, on aura, d'après les conditions 6° et 7°,

$$r = 74^{mm} + \frac{k_0}{2}$$

$$\text{et} \quad R = 148^{mm} + 2k_0 \qquad (8)$$

6. Calcul de k_0, r, R et a_2. — Introduisons dans l'équation (C) les valeurs connues, ainsi que les expressions de a_2 et R données par les formules (9) et (8), on obtiendra une équation du 2e degré en k_0, d'où l'on tire $\Psi_0 = 394^{mm}$, $R = 936^{mm}$, $r = 271^{mm}$, $a_2 = 276^{mm}$.

7. Calcul du nombre de tours. — De $\omega R = 14^{m}70$, on tire $\omega = 15^{m}74$ et par suite, $n = 151$ tours par minute.

8. Calcul de Ψ_0. — En introduisant dans l'équation (B) toutes les quantités actuellement connues, on trouve $\Psi^0 = 71^0$.

9. Détermination de a et des courbes A_0GE et $A_0G'E'$. — On imitera ce qui a été dit au sujet des pompes centrifuges.

10. Sections de l'enveloppe spiraloïde. — Voir pompes centrifuges.

N. B. — Le ventilateur a ses ailes courbées dans le sens du mouvement.

C. — CALCUL D'UN VENTILATEUR A DÉGORGEMENT PARTIEL (TYPE GUIBAL)

Soit à déterminer les dimensions d'un ventilateur capable de débiter 20 m³ d'air par seconde sous une dépression h'_m = 120 millimètres d'eau.

On suppose le ventilateur placé à l'extrémité de la canalisation. La dépression h'_m est marquée par un manomètre dont une branche plonge dans l'ouïe ou bien dans une section voisine de l'ouïe, où l'air possède la même vitesse absolue, tandis que l'autre branche est simplement placée dans l'atmosphère.

Si l'on effectuait, d'après les données, des calculs analogues à ceux du paragraphe précédent, on aboutirait à un ventilateur extraordinairement petit tournant à une vitesse exagérée.

On pourrait, il est vrai, modifier la marche suivie en assignant, par exemple, comme nous l'avons fait dans le calcul des pompes centrifuges, une valeur déterminée à la vitesse d'entrée de l'air dans le ventilateur. Mais si, par cet artifice, on agrandit les dimensions du rayon R, par contre, on est forcé de réduire la dimension a_2, à tel point que l'air serait comme laminé au sortir du ventilateur.

Mieux vaut imiter la solution adoptée dans la construction des turbines, lorsque les débits sont faibles et la pression très forte, c'est-à-dire disposer le ventilateur de manière que le dégorgement soit partiel (type Guibal).

Admettons que le ventilateur à calculer possèdera 36 canaux, dont 3 seulement fonctionneront pour assurer le débit. Il est clair [voir fig. 29] que, dans ces conditions, si OM représente la paroi verticale de la cheminée, l'enveloppe spiraloïde ne commencera pas en O, mais en un point O', tel que l'arc $OO' = \frac{33}{36} \times 2\pi R$. Le long de l'arc OO', l'enveloppe sera cylindrique et ne laissera que le jeu nécessaire pour assurer le mouvement des ailes.

Calculons d'abord la perte de charge C; à cet effet, prenons l'équation (D) en y négligeant le terme $\frac{v_a^2}{2g}$, vu la forte valeur de C. On trouve $C = 0,^{m}250$.

Fixons maintenant pour C' une valeur égale à 10 % de celle de la canalisation, cette valeur faible étant admise en raison des grandes dimensions que possédera le ventilateur. On aura $C' = 0,^{m}025$.

Acceptons également les coeficients $\varepsilon = 1,60$ et $o = 0,96$.

Les inconnues à déterminer sont au nombre de 11, savoir R, r, k_o, a_2, ω, z_1, z, Δ, φ_2, α et Ψ_o. Or, la théorie fournit seulement 3 équations (A'), (B) et (C) contenant ces inconnues. Il existe donc en principe une infinité de solutions. Dégageons une seule de ces solutions, en nous imposant les 8 conditions supplémentaires ci-après :

1°, $\Delta = 8^{mm}$;

2° et 3°, $z_1 = 36$ et $z = 3$;

4° et 5°, $\varphi_2 = 60°$ et $\alpha = 30°$. Voir calcul des pompes centrifuges.

6°, $a_2 = 0,7\, k_o$; (11)

7°, $r = \frac{d + k_o}{2}$, d étant le diamètre de l'arbre augmenté de deux fois l'épaisseur de son manchon ;

8°, $R = 2\left(\frac{d}{2} + k_o\right)$.

La marche à suivre pour déterminer les 11 inconnues sera la suivante :

1. **Puissance théorique** — $N_t = \frac{1,2\,CQ^3}{75} = 32$ chevaux-vapeur.

2. **Calcul du rendement théorique et du rendement effectif.** — En appliquant la formule (3), on trouve $m = 0,57$, et par suite $m_e = 0,57 \times 0,96 = 0,55$.

3. **Puissance effective à transmettre à l'arbre.** — $N_e = \frac{N_t}{0,55} = 56,32$ chevaux-vapeur.

4. **Calcul de** ωR. — Appliquons l'équation (A'), en y faisant $v_a = 0$. On trouve $\omega R = 34^{m}00$.

5. **Calcul de d.** — Admettons comme diamètre de l'arbre $d_o = 150^{mm}$, et fixons à 28^{mm} l'épaisseur de son manchon. On aura, d'après les conditions 6° et 7° :

$$r = 100^{mm} + \frac{k_o}{2}$$

$$\text{et} \qquad R = 200^{mm} + 2k_o. \qquad (10)$$

6 **Calcul de** k_o, r, R **et** a_2. — Introduisons dans l'équation (C) les valeurs connues, ainsi que les expressions de a_2 et R données par les formules (11) et (10) : on obtiendra une équation du 2e degré en k_o, d'où l'on déduit : $k_o = 928^{mm}$, $R = 2056^{mm}$, $r = 564^{mm}$, $a_2 = 650$.

7. **Calcul du nombre de tours.** — De $\omega R = 34^{m}00$, on tire $\omega = 16^{m}54$, et par suite, $n = 158$ tours.

8. **Calcul de** Ψ_o. — En introduisant dans l'équation (B) toutes les quantités actuellement connues, on trouve $\Psi_o = 85°$.

9. **Détermination de a et des courbes** A_oGE **et** $A_oG''E''$. — Voir pompes centrifuges.

10. **Section de l'enveloppe spiraloïde.** — Voir pompes centrifuges.

N. B. — Le ventilateur a ses ailes courbées dans le sens du mouvement.

89090525064
b89090525064a